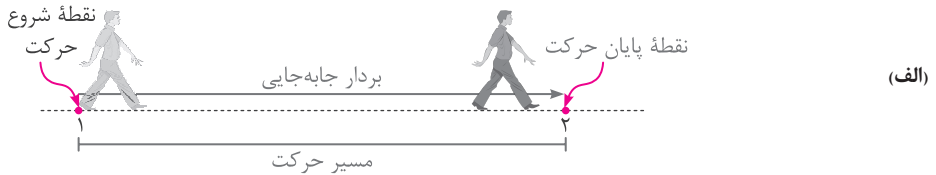


فیزیک (۳)

فصل ۱: حرکت بر خط راست

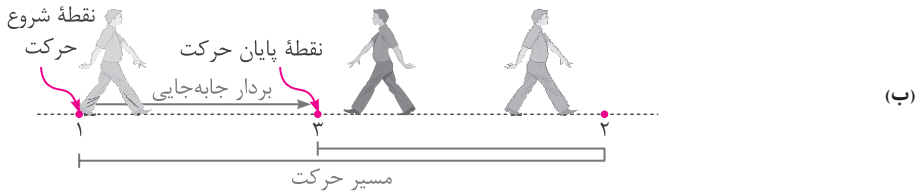
پرسش (۱-۱) - صفحه ۲ و ۳ کتاب درسی

۱) شکل الف شخصی را در حال پیاده روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان ۱ به مکان ۲ نشان می دهد. مسیر حرکت و بردار جابه جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی را با مسافت مقایسه کنید.



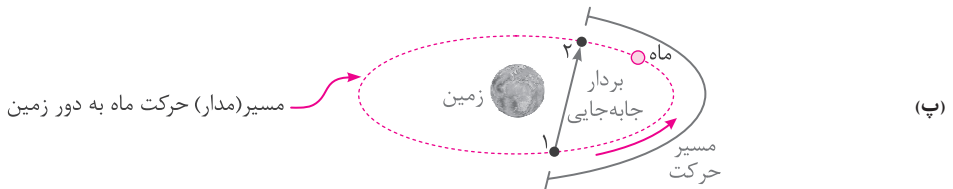
اندازه بردار جابه جایی با طول مسیر (مسافت) برابر است زیرا شخص (متحرک) در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت (برگشتن) حرکت کرده است.

۲) شخص پس از رسیدن به مکان ۲، برمی گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابه جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا شخص تغییر جهت داشته است و در همان مسیر برگشته است.

۳) شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان ۱ به مکان ۲ می رود مسیر حرکت و بردار جابه جایی آن را روی شکل مشخص و اندازه بردار جابه جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



اندازه بردار جابه جایی کمتر از مسافت طی شده است زیرا حرکت ماه به دور زمین روی خط راست انجام نمی شود و جهت حرکت آن در هر نقطه از مسیر تغییر می کند.



پرسش (۲-۱)

صفحه ۴ کتاب درسی

در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های پرسش ۱-۱ نیز توجه کنید. اگر اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط یک متحرک با هم برابر باشد، داریم:

$$|\vec{v}_{av}| = s_{av} \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{d}| = s$$

بنابراین اندازه بردار جابه‌جایی با مسافت طی‌شده باید با هم برابر باشد. یعنی متحرک باید روی مسیر مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت کند.

تمرین (۱-۱)

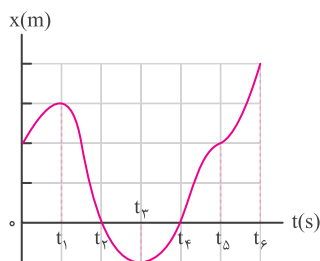
صفحه ۵ کتاب درسی

جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان ۴/۰ s فاصله بین مکان‌های آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

جهت حرکت	سرعت متوسط $(\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t})$	بردار جابه‌جایی $(\Delta \vec{x} = (\vec{x}_2 - \vec{x}_1))$	مکان پایانی $(\vec{x}_2)$	مکان آغازین $(\vec{x}_1)$	
در جهت محور x	$\frac{8/4}{4} = (2/1 \frac{m}{s}) \vec{i}$	$(6/4 - (-2))\vec{i} = (8/4 m) \vec{i}$	$(6/4 m) \vec{i}$	$(-2/0 m) \vec{i}$	متحرک A
در خلاف جهت محور x	$\frac{-5/6}{4} = (-1/4 \frac{m}{s}) \vec{i}$	$(-5/6 m) \vec{i}$	$(-2/5 m) \vec{i}$	$((-2/5) - (-5/6))\vec{i} = (3/1 m) \vec{i}$	متحرک B
در جهت محور x	$\frac{6/6}{4} = (1/6 \frac{m}{s}) \vec{i}$	$(8/6 - 2)\vec{i} = (6/6 m) \vec{i}$	$(8/6 m) \vec{i}$	$(2/0 m) \vec{i}$	متحرک C
در جهت محور x	$(2/4 m/s) \vec{i}$	$(2/4)(4)\vec{i} = (9/6 m) \vec{i}$	$(9/6 + (-1/4))\vec{i} = (8/2 m) \vec{i}$	$(-1/4 m) \vec{i}$	متحرک D

پرسش (۳-۱)

صفحه ۸ کتاب درسی



با توجه به نمودار مکان-زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟ دو بار (در لحظه‌های t_2 و t_4)

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_3 تا t_4 و t_5 تا t_6 اندازه x (مکان متحرک) رو به افزایش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال دور شدن از مبدأ است.

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

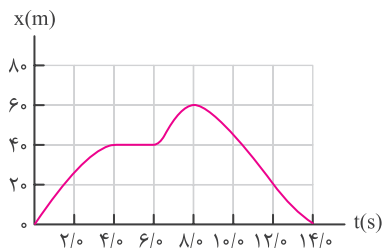
در بازه‌های زمانی t_2 تا t_3 و t_4 تا t_5 اندازه x (مکان متحرک) رو به کاهش است بنابراین در این بازه‌ها، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟ دو بار در لحظه‌های t_2 و t_4

ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟ جابه‌جایی کل در جهت محور x است زیرا $\Delta x_T = x_6 - x_0 > 0$ است.


تمرین (۱-۲)

صفحه ۹ کتاب درسی



شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

الف) در کدام لحظه دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

در لحظه $t = ۸s$

ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

در بازه‌های زمانی $۰s$ تا $۴s$ و $۶s$ تا $۸s$

پ) در کدام بازه زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ در بازه زمانی $۸s$ تا $۱۴s$

ت) در کدام بازه زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟ در بازه زمانی $۴s$ تا $۶s$

ث) تندى متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی $۰s$ تا $۲/۰s$ ، $۲/۰s$ تا $۴/۰s$ ، $۴/۰s$ تا $۶/۰s$ ، $۶/۰s$ تا $۸/۰s$ تا $۱۴/۰s$ حساب کنید.

نکته

برای محاسبه مسافت طی شده در کل مسیر باید طول هر بخش از مسیر را به صورت جداگانه محاسبه کنیم.

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|۲۵ - ۰|}{۲ - ۰} = ۱۲/۵ \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۵ - ۰}{۲ - ۰} = ۱۲/۵ \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } ۰/s \text{ تا } ۲/s$$

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|۴۰ - ۴۰|}{۶ - ۴} = ۰ \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۰ - ۴۰}{۶ - ۴} = ۰ \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } ۴/s \text{ تا } ۶/s$$

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|۴۰ - ۲۵| + |۴۰ - ۴۰|}{۵ - ۲} = ۵ \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۰ - ۲۵}{۵ - ۲} = ۵ \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } ۲/s \text{ تا } ۵/s$$

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|۰ - ۶۰|}{۱۴ - ۸} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۶۰}{۱۴ - ۸} = -۱۰ \frac{m}{s} \quad \text{بازه زمانی } ۸/s \text{ تا } ۱۴/s$$

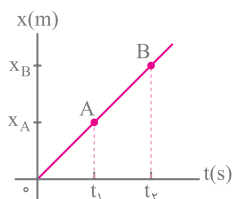
بازه زمانی $۰/s$ تا $۱۴/s$:

$$S_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{|۴۰ - ۰| + |۴۰ - ۴۰| + |۶۰ - ۴۰| + |۰ - ۶۰|}{۱۴} = ۸/۷ \frac{m}{s} \quad v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰}{۱۴} = ۰ \frac{m}{s}$$

صفحه ۹ کتاب درسی

پرسش (۱-۴)

از روی نمودار مکان-زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.



هرگاه نمودار مکان-زمان به صورت یک خط راست باشد، شیب نمودار همواره ثابت

است؛ بنابراین همواره سرعت لحظه‌ای متحرک با سرعت متوسط آن برابر است. برای

مثال نمودار مکان-زمان زیر را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر این نمودار در تمام

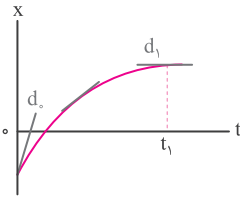
نقاط بین A و B با شیب خط عبوری از نقاط A و B (v_{av}) برابر است.



پرسش (۱-۵)

صفحه ۱۰ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



الف) از لحظه صفر تا لحظه t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

اگر در زمان‌های بین دو لحظه $t = 0$ و $t = t_1$ ، بر نمودار مکان-زمان متحرک مماس‌هایی رسم کنیم، می‌بینیم که با افزایش زمان، شیب خط مماس کمتر می‌شود؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در حال کاهش است.

ب) اگر در لحظه t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

با توجه به اینکه شیب خط موازی با محور زمان برابر صفر است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت سرعت متحرک در لحظه $t = t_1$ برابر با صفر است.

تمرین (۱-۳)

صفحه ۱۰ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس

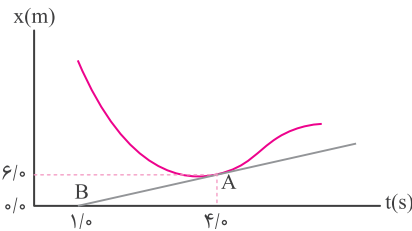
بر منحنی در لحظه $t = 4/0$ s، رسم شده است. سرعت متحرک را در

این لحظه پیدا کنید.

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان نشان‌دهنده سرعت

$$v = \frac{x_A - x_B}{t_A - t_B} = \frac{6 - 0}{4 - 1} = 2 \frac{m}{s}$$

لحظه‌ای است.



پرسش (۱-۶)

صفحه ۱۲ کتاب درسی

شکل زیر نمودار سرعت-زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار

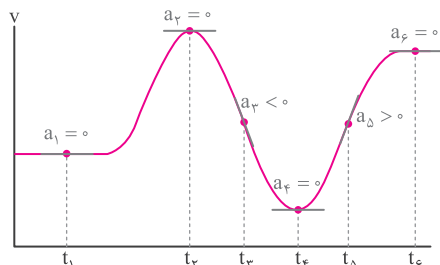
را در هر یک از لحظه‌های t_1 ، t_2 ، t_3 و t_4 تعیین کنید.

شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه، نشانگر شتاب لحظه‌ای است. در لحظه‌های t_1 ، t_2 ، t_3 و t_4 ،

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ ، برابر با صفر و در نتیجه شتاب لحظه‌ای نیز برابر با صفر است. در لحظه t_3 ، شیب

خط مماس بر نمودار $v-t$ ، منفی است؛ در نتیجه شتاب لحظه‌ای منفی و در جهت منفی محور x است. در لحظه t_4 ،

شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ ، مثبت است در نتیجه شتاب لحظه‌ای مثبت و در جهت مثبت محور x است.

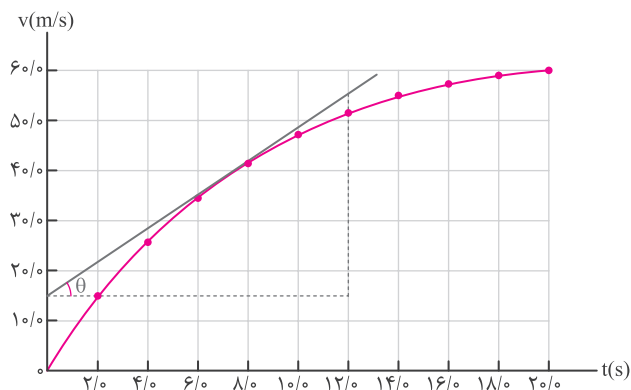




صفحه ۱۲ کتاب درسی

تمرین (۱-۴)

نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازه زمانی $0/s$ تا $20/s$ مطابق شکل روبه‌رو است. الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 - 0}{20 - 0} = 3 \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب خودرو را در لحظه $t = 8/s$ به دست آورید.

در لحظه $t = 8s$ ، خط مماس بر نمودار $v-t$ را رسم و شیب آن را محاسبه می‌کنیم.

$$a = \tan \theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{55 - 15}{12 - 0} = 3 \frac{m}{s^2}$$

فیزیک

فصل ۱

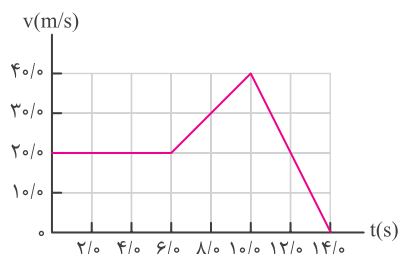
صفحه ۱۳ کتاب درسی

تمرین (۱-۵)

نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در

بازه زمانی صفر تا $14/s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازه زمانی چقدر است؟



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{14 - 0} = -1 \frac{m}{s^2}$$

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2/s$ ، $t = 8/s$ و $t = 11/s$ به دست آورید.

شتاب در لحظه $t = 2s$ برابر با صفر است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در این لحظه صفر است. $a_2 = 0 \frac{m}{s^2}$

شتاب در لحظه $t = 8s$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی $6s$ تا $10s$ است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این بازه ثابت است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40 - 20}{10 - 6} = 5 \frac{m}{s^2}$$

شتاب در لحظه $t = 11s$ برابر با شتاب متوسط در بازه زمانی $10s$ تا $14s$ است، زیرا شیب نمودار سرعت-زمان در این بازه زمانی ثابت است.

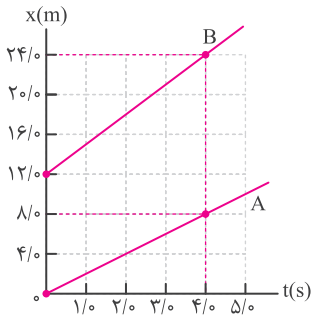
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 40}{14 - 10} = -10 \frac{m}{s^2}$$



تمرین (۱-۶)

صفحه ۱۴ کتاب درسی

شکل مقابل نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند. سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادله مکان-زمان آنها را بنویسید.



شیب نمودار مکان-زمان متحرک‌های A و B ثابت است، بنابراین حرکت هر دو متحرک از نوع حرکت با سرعت ثابت است و سرعت لحظه‌ای هر متحرک با سرعت متوسط آن در هر بازه زمانی برابر است.

با توجه به داده‌های نمودار و قرار دادن داده‌های یک نقطه دلخواه در معادله مکان-زمان می‌توانیم سرعت حرکت هر کدام را به دست آوریم:

$$x_0 = 0 \text{ m}, x = 8 \text{ m}, t = 4 \text{ s}$$

برای متحرک A داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 8 = v(4) + 0 \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \text{معادله مکان-زمان: } x = 2t$$

$$x_0 = 12 \text{ m}, x = 24 \text{ m}, t = 4 \text{ s}$$

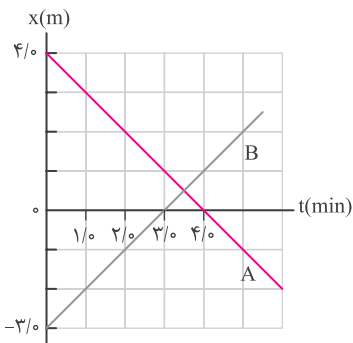
برای متحرک B داریم:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 24 = v(4) + 12 \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \text{معادله مکان-زمان: } x = 3t + 12$$

تمرین (۱-۷)

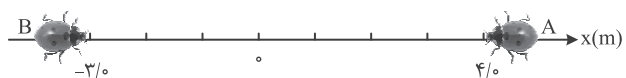
صفحه ۱۴ و ۱۵ کتاب درسی

شکل الف، مکان دو کفش دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظه $t = 0 \text{ s}$ نشان می‌دهد. نمودار مکان-زمان این کفش دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.



(ب)

الف) از روی نمودار به طور تقریبی تعیین کنید کفش دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.



(الف)

با توجه به نمودار، کفش دوزک‌ها به طور تقریبی در $t \approx 3/5 \text{ min}$ و $x \approx 0/5 \text{ m}$ به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادله مکان-زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش دوزک‌ها را پیدا کنید.

ابتدا معادله مکان-زمان هر دو کفش دوزک را با استفاده از مختصات تقاطع نمودار با محور زمان به دست می‌آوریم.

$$x_0 = 4 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 3 \text{ min}$$

کفش دوزک A:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(3) + 4 \Rightarrow v = -1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \Rightarrow x_A = -t + 4$$

$$x_0 = -3 \text{ m}, x = 0 \text{ m}, t = 3 \text{ min}$$

کفش دوزک B:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow 0 = v(3) - 3 \Rightarrow v = 1 \frac{\text{m}}{\text{min}} \Rightarrow x_B = t - 3$$



هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند $x_A = x_B$ خواهد بود به عبارت دیگر دو متحرک هم مکان می‌شوند بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -t + 4 = t - 3 \Rightarrow 2t = 7 \Rightarrow t = 3.5 \text{ min}$$

اکنون زمان به دست آمده را در یکی از معادلات مکان- زمان قرار می‌دهیم.

$$x_B = t - 3 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_B = (3.5) - 3 = 0.5 \text{ m} \quad \text{یا} \quad x_A = -t + 4 \xrightarrow{t=3.5 \text{ min}} x_A = -3.5 + 4 = 0.5 \text{ m}$$

تمرین (۱-۸) صفحه ۱۶ کتاب درسی

معادله سرعت-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -1/8t + 2/2$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظه $t = 4/s$ چقدر است؟

با جایگذاری $t = 4s$ در معادله سرعت-زمان می‌توانیم سرعت متحرک را در آن لحظه به دست آوریم:

$$v = -1/8t + 2/2 \xrightarrow{t=4} v = -1/8(4) + 2/2 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازه زمانی صفر تا $t = 4/s$ چقدر است؟

متحرک با شتاب ثابت حرکت نموده است زیرا معادله سرعت - زمان آن از معادله $v = at + v_0$ پیروی می‌کند. با توجه

به معادله سرعت-زمان می‌توان شتاب و سرعت اولیه متحرک را محاسبه کرد:

$$\left. \begin{aligned} v &= at + v_0 \\ v &= -1/8t + 2/2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -1/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

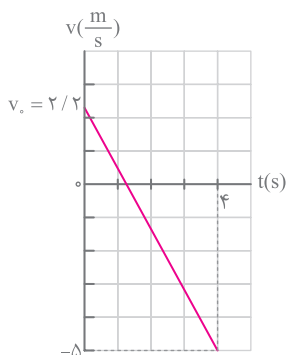
$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow{v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} v_{av} = \frac{2/2 - 5}{2} = -1/4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/4 = \frac{\Delta x}{4} \Rightarrow \Delta x = -5/6 \text{ m}$$

جابه‌جایی متحرک تا لحظه $t = 4/s$ برابر است با:

پ) نمودار سرعت-زمان این متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار سرعت-زمان کافی است سرعت متحرک را در دو زمان مختلف داشته باشیم.



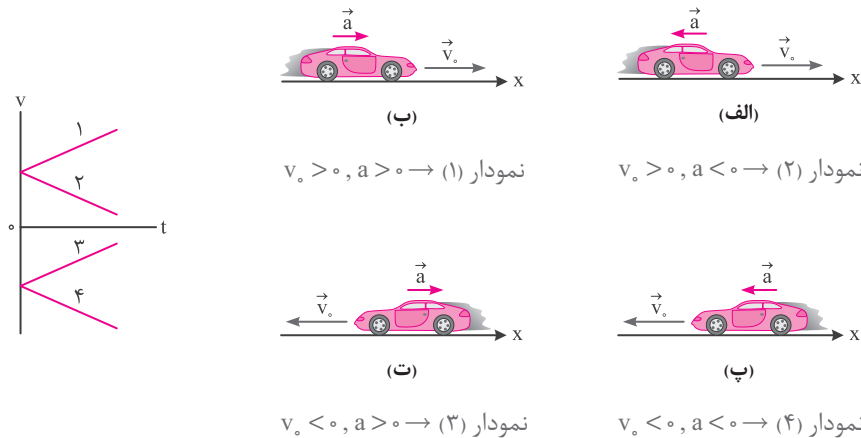
$$t = 0s \Rightarrow v_0 = 2/2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t = 4s \Rightarrow v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



فعالیت (۲-۱) صفحه ۱۶ کتاب درسی

در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کندشونده) است.



هرگاه شتاب و سرعت هم‌علامت (هم‌جهت) باشند حرکت تندشونده ($av > 0$) و هرگاه مختلف‌العلامه (در خلاف جهت هم) باشند حرکت کندشونده است ($av < 0$)؛ بنابراین حرکت خودرو در شکل‌های (ب) و (پ) تندشونده و در شکل‌های (الف) و (ت) کندشونده است.

تمرین (۹-۱) صفحه ۱۸ کتاب درسی

خودرویی با سرعت $18/0 \text{ km/h}$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب $1/0 \text{ m/s}^2$ افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از 300 m جابه‌جایی چقدر است؟

$$v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{+3/6} 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta x = 300 \text{ m}, v = ?$$

با استفاده از داده‌های مسئله و معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت، زمان لازم برای جابه‌جایی 300 متر را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \Rightarrow 300 = \frac{1}{2} (1) t^2 + 5t \Rightarrow t^2 + 10t - 600 = 0 \Rightarrow (t + 30)(t - 20) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -30 \text{ s (غیر قابل قبول)} \\ t = 20 \text{ s (قابل قبول)} \end{cases}$$

اکنون با استفاده از معادله سرعت-زمان داریم:

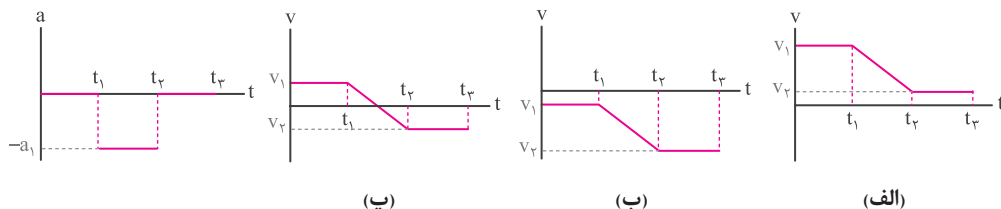
$$v = at + v_0 \xrightarrow{t=20\text{s}} v = 1(20) + 5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



صفحه ۲۱ کتاب درسی

پرسش (۷-۱)

نمودار شتاب-زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت-زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب-زمان باشد.



همان‌طور که از نمودار شتاب-زمان پیداست، در بازه زمانی t_1 تا t_2 شتاب حرکت منفی است؛ بنابراین سرعت متحرک در این بازه زمانی کاهش می‌یابد. میزان کاهش سرعت با استفاده از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$v_2 - v_1 = -a_1(t_2 - t_1) \Rightarrow v_2 = v_1 - a_1(t_2 - t_1)$$

۱- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) منفی باشد، در بازه زمانی t_1 تا t_2 از سرعت آن کاسته شده و در انتهای این بازه زمانی همچنان سرعت متحرک (v_2) منفی باقی خواهد ماند. (نمودار ب)

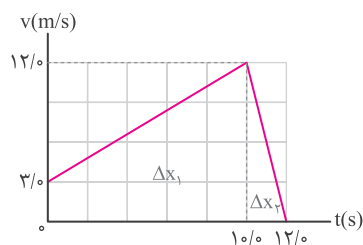
۲- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ کوچک‌تر باشد، در پایان بازه زمانی سرعت آن (v_2) منفی خواهد بود. (نمودار پ)

۳- اگر سرعت اولیه متحرک (v_1) مثبت و اندازه آن از $a_1(t_2 - t_1)$ بزرگ‌تر باشد، در پایان این بازه زمانی، علی‌رغم کاهش سرعت، سرعت آن (v_2) همچنان مثبت خواهد بود و متحرک در جهت محور x حرکت خواهد کرد. (نمودار الف)

$$(v_2 > 0 \Rightarrow v_1 - a_1(t_2 - t_1) > 0 \Rightarrow v_1 > a_1(t_2 - t_1))$$

صفحه ۲۱ کتاب درسی

تمرین (۱۰-۱)



آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت-زمان آهو

در بازه زمانی صفر تا $120/s$ مطابق شکل است. در این بازه زمانی

الف) مسافت کل پیموده‌شده توسط آهو را به دست آورید.

با توجه به اینکه آهو در مسیر مستقیم بدون تغییر جهت در حال حرکت

است مسافت کل پیموده شده با جابه‌جایی متحرک برابر است.

روش اول: می‌دانیم سطح زیر نمودار مکان-زمان با جابه‌جایی متحرک برابر است.

$$d = \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_{\text{مثلث}} + S_{\text{دورنقه}} = \left(\frac{3+12}{2} \times 10\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 120\right) = 75 + 120 = 195 \text{ m}$$

روش دوم: با استفاده از رابطه $\Delta x = v_{av} \Delta t$ می‌توان جابه‌جایی و در نتیجه مسافت پیموده شده را محاسبه نمود.

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_1 \left(\frac{v_1 + v_0}{2}\right) \Delta t = \left(\frac{12+3}{2}\right)(10) = 75 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta x_2 \left(\frac{v_2 + v_1}{2}\right) \Delta t = \left(\frac{0+12}{2}\right)(2) = 12 \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 75 + 12 = 87 \text{ m}$$

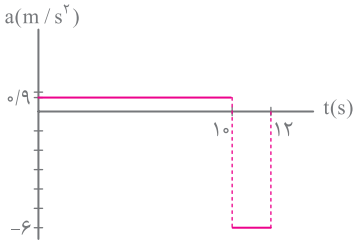


ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید.

در مسیر مستقیم به شرطی که متحرک تغییر جهت ندهد جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است؛ بنابراین $\Delta x = 87\text{m}$.

پ) نمودار شتاب-زمان آهو را رسم کنید.

ابتدا شتاب مربوط به هر مرحله را به دست می‌آوریم.



$$10\text{s تا } 0\text{s: } a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{12 - 3}{10 - 0} = 0.9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

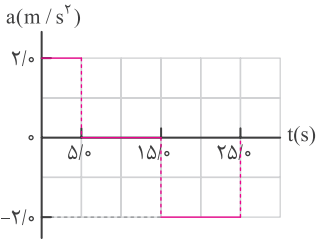
$$12\text{s تا } 10\text{s: } a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 12}{12 - 10} = -6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

تمرین (۱۱-۱) صفحه ۲۱ کتاب درسی

شکل مقابل نمودار شتاب-زمان یک ماشین اسباب‌بازی را نشان می‌دهد که در

امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$ در بازه زمانی صفر تا $25/0\text{s}$ ،

الف) نمودارهای سرعت-زمان و مکان-زمان این ماشین را رسم کنید.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{\Delta v}{5 - 0} \Rightarrow \Delta v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta v = v_5 - v_0 \Rightarrow 10 = v_5 - 0 \Rightarrow v_5 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{سرعت در لحظه } t = 5\text{s})$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{\Delta v}{25 - 15} \Rightarrow \Delta v = -20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در بازه زمانی 5s تا 15s داریم:

$$\Delta v = v_{25} - v_{15} \Rightarrow -20 = v_{25} - 10 \Rightarrow v_{25} = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (\text{سرعت در لحظه } t = 25\text{s})$$

در تمام بازه‌ها چون شتاب حرکت ثابت است، نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط راست است. برای رسم نمودار مکان-زمان به این صورت عمل می‌کنیم:

در بازه 0s تا 5s حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین با توجه به اطلاعات داده‌شده و استفاده از معادله مکان-زمان برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0=0\text{m}} x = t^2 \xrightarrow{t=5\text{s}} x = 5^2 = 25\text{m}$$

بنابراین معادله مکان-زمان متحرک در بازه زمانی 0s تا 5s به صورت $x = t^2$ و مکان متحرک در لحظه $t = 5\text{s}$ برابر 25 متر است.

در بازه 5s تا 15s حرکت با سرعت ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین:

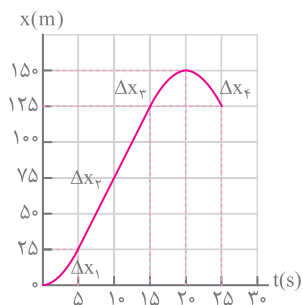
$$x = v\Delta t + x_0 \xrightarrow{x_0=25\text{m}, v=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 10\Delta t + 25 \xrightarrow{\Delta t=15-5=10\text{s}} x = 125\text{m}$$

بنابراین نمودار مکان-زمان در بازه زمانی 5s تا 15s به صورت خطی صاف خواهد بود و مکان متحرک در لحظه $t = 15\text{s}$ برابر 125 است.



در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s حرکت با شتاب ثابت انجام می‌شود. بنابراین با توجه به اطلاعات به دست آمده داریم:

$$x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0(\Delta t) + x_0 \xrightarrow{x_0=125\text{m}, v_0=10\frac{\text{m}}{\text{s}}, a=-2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} x = -(\Delta t)^2 + 10\Delta t + 125$$



$$\Delta t = 20 - 15 = 5\text{s} \rightarrow x = -(5)^2 + 10(5) + 125 = 150\text{m} \quad \text{مکان در لحظه } 20\text{s}$$

$$\Delta t = 25 - 15 = 10\text{s} \rightarrow x = -(10)^2 + 10(10) + 125 = 125\text{m} \quad \text{مکان در لحظه } 25\text{s}$$

هنگام رسم نمودار به این نکته توجه کنید که سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 0\text{s}$ و $t = 20\text{s}$ برابر با صفر است؛ بنابراین خط مماس بر نمودار در این نقاط باید موازی با محور افقی باشد. علاوه بر این شیب خط مماس در لحظه‌های $t = 5\text{s}$ ، $t = 15\text{s}$ و تمام بازه زمانی ۵s تا ۱۵s باید یکسان باشد؛ بنابراین نمودار به صورت روبه‌رو خواهد بود.

ب) با توجه به نمودار سرعت-زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کندشونده یا با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی صفر تا ۵s: تندی در حال افزایش، در نتیجه حرکت تندشونده است.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s: حرکت با سرعت ثابت است.

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s: تندی در حال کاهش و در نتیجه حرکت کندشونده است.

در بازه زمانی ۲۰s تا ۲۵s: تندی در حال افزایش و در نتیجه حرکت تندشونده است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

با توجه به نمودار سرعت-زمان داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10 - 0}{25 - 0} = -0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

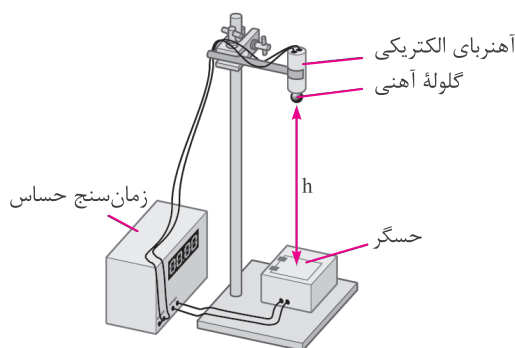
ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

$$\Delta x_T = \Delta x_1 + \Delta x_P + \Delta x_F + \Delta x_I = +25 + 100 + 25 - 25 = 125\text{m}$$

صفحه ۲۴ کتاب درسی

تمرین (۱-۱۲)

شکل مقابل اسباب انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.



الف) به نظر شما این وسیله آزمایش چگونه کار می‌کند؟

با قطع جریان الکتریکی، زمان سنج به کار می‌افتد. از طرفی میدان مغناطیسی در آهنربای الکتریکی نیز از بین رفته و گلوله از ارتفاع h رها می‌شود و آزادانه سقوط می‌کند. هنگام عبور گلوله از داخل حسگر، یک پالس الکتریکی ایجاد شده و به زمان سنج فرستاده می‌شود و آن را متوقف می‌کند. به این طریق می‌توان زمان سقوط گلوله از ارتفاع h و با استفاده از معادلات حرکت سقوط آزاد، شتاب گرانش زمین را محاسبه کرد.

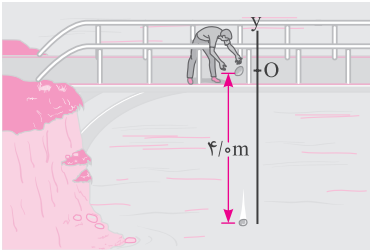


ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به دست آمده است: $t = 0/23s$ و $h = 0/27m$

با توجه به این داده‌ها، اندازه شتاب گرانش در محل آزمایش چقدر به دست می‌آید؟
محل رها شدن گلوله را مبدأ حرکت $y_0 = 0$ در نظر می‌گیریم. آنگاه داریم:

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow -h = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow g = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \times (0/27)}{(0/23)^2} = 10/2 \frac{m}{s^2}$$

تمرین (۱-۱۳) صفحه ۲۴ کتاب درسی



شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت $4/0m$ را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصله بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند.

هنگامی که سنگ اول 4 متر سقوط می‌کند، سنگ دوم رها می‌شود؛

بنابراین با استفاده از معادلات حرکت سقوط آزاد می‌توانیم اختلاف زمان رها شدن دو سنگ را به دست آوریم. با در نظر گرفتن جهت مثبت روبه بالا و انتخاب محل و زمان رها شدن سنگ اول به عنوان مبدأ مکان و زمان، داریم:

$$y_1 = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \xrightarrow{y_0 = -4m} -4 = -\Delta t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4}{\Delta} \Rightarrow t = \frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta} s$$

بنابراین سنگ دوم $\frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta}$ ثانیه بعد از سنگ اول رها شده است. بنابراین معادله مکان-زمان سقوط آن به صورت زیر است:

$$y_2 = -\frac{1}{2}g(t - \frac{2\sqrt{\Delta}}{\Delta})^2 + y_0 \xrightarrow{y_0 = 0} y_2 = -\Delta(t^2 + \frac{4}{\Delta} - \frac{4\sqrt{\Delta}}{\Delta}t) = -\Delta t^2 + 4\sqrt{\Delta}t - 4$$

فاصله بین دو سنگ در هر لحظه برابر است با $y_2 - y_1$ ، بنابراین خواهیم داشت:

$$y_2 - y_1 = (-\Delta t^2 + 4\sqrt{\Delta}t - 4) - (-\Delta t^2) = 4\sqrt{\Delta}t - 4$$

همان‌طور که پیداست با افزایش زمان، فاصله بین دو سنگ با سرعت $4\sqrt{\Delta} \frac{m}{s}$ افزایش پیدا می‌کند.

پرش‌ها و مسئله‌های فصل (۱) صفحه ۲۵ تا ۲۸ کتاب درسی



۱) با توجه به داده‌های نقشه شکل زیر،

الف) تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

$$t = 80 \text{ min} = 4/8 \times 10^3 s$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{88 \times 10^3}{4/8 \times 10^3} = 18/3 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \times 10^3}{4/8 \times 10^3} = 12/5 \frac{m}{s} \text{ به سمت شمال غرب}$$



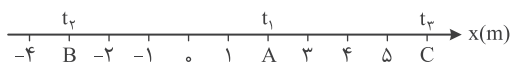
ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

تندی متوسط مشخص می‌کند که متحرکی به طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را پیموده است اما سرعت متوسط مشخص می‌کند متحرک در هر ثانیه چند متر از مبدأ حرکت دور شده است.

پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟

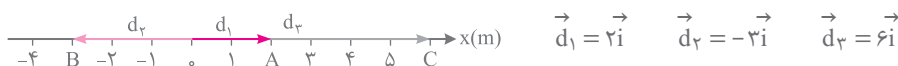
اگر مسیر حرکت خودرو روی خط واصل بین دو شهر باشد و خودرو بدون تغییر جهت فاصله مستقیم بین دو شهر را طی کند، اندازه مسافت طی شده و جابه‌جایی تقریباً با هم برابر و در نتیجه تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط تقریباً با هم برابر خواهد شد.

۲) متحرکی مطابق شکل در لحظه t_1 در نقطه A، در لحظه t_2 در نقطه B و در لحظه t_3 در نقطه C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

برای رسم بردار مکان در هر لحظه کافی است برداری را از مبدأ محور به مکان جسم در هر لحظه وصل کنیم.



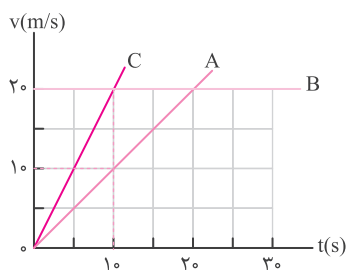
ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به دست آورید.

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = (-3 - 2)\vec{i} = -5\vec{i} \quad \text{بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_2$$

$$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = (6 - (-3))\vec{i} = 9\vec{i} \quad \text{بازه زمانی } t_2 \text{ تا } t_3$$

$$\vec{d} = \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = (6 - 2)\vec{i} = 4\vec{i} \quad \text{بازه زمانی } t_1 \text{ تا } t_3$$

۳) در شکل زیر نمودار سرعت-زمان سه متحرک نشان داده شده است.



الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

است، زیرا شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان $a_C > a_A > a_B$ است. متحرک C بیشترین شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان متحرک A است و شیب خط مماس بر نمودار A بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار B است.

ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.

شیب نمودار سرعت-زمان برای هر سه متحرک مقداری ثابت است؛ بنابراین شتاب لحظه‌ای هر کدام از متحرک‌ها با شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه که روی نمودار رسم شده برابر است؛ بنابراین:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_A = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{20 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

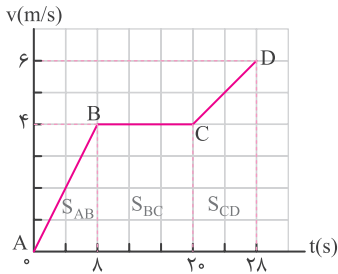
$$a_B = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 0 \frac{m}{s^2}$$

$$a_C = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{10 - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$



پ) در بازه زمانی ۰s تا ۱۰s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید. مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرک است؛ بنابراین برای هر یک از متحرک‌های A، B و C داریم:

$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(10 \times 10) = 50 \text{ m} \quad \Delta x_B = 20 \times 10 = 200 \text{ m} \quad \Delta x_C = \frac{1}{2}(20 \times 10) = 100 \text{ m}$$



۴) شکل زیر نمودار سرعت-زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.

الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چقدر است؟

با توجه به اینکه شیب خط نمودار سرعت-زمان در مرحله AB ثابت است، شتاب متحرک در هر نقطه از بازه زمانی A تا B برابر با شتاب متوسط در این بازه است. به همین طریق برای مرحله‌های BC و CD نیز شرایط مشابهی داریم. در نتیجه:

$$\text{AB مرحله: } a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4-0}{10-0} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب مرحله BC برابر با صفر است زیرا سرعت ثابت است.

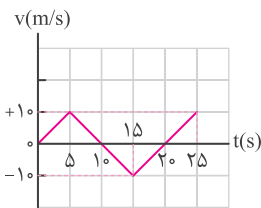
$$\text{CD مرحله: } a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6-4}{28-20} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟

پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازه زمانی پیدا کنید.

می‌دانیم مساحت زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، بنابراین داریم:

$$\Delta x_T = S_{AB} + S_{BC} + S_{CD} = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 10\right) + (4 \times 10) + \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 8\right) = 16 + 40 + 8 = 64 \text{ m}$$



۵) نمودار سرعت-زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب-زمان این متحرک را رسم کنید.

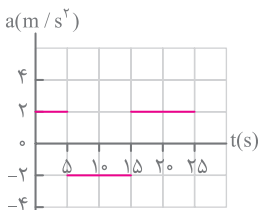
ابتدا شتاب هر مرحله را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که در هر یک از بازه‌های زمانی زیر شتاب ثابت و برابر با شتاب متوسط است.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-0}{5} = \frac{10}{5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{بازه زمانی ۰s تا ۵s}$$

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-10}{15-5} = \frac{-20}{10} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{بازه زمانی ۵s تا ۱۵s}$$

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-(-10)}{35-15} = \frac{20}{20} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{بازه زمانی ۱۵s تا ۳۵s}$$

اکنون می‌توانیم نمودار شتاب-زمان متحرک را رسم کنیم.





ب) اگر $x_0 = -10\text{m}$ باشد نمودار مکان-زمان متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار مکان-زمان، از معادله مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$) استفاده می‌کنیم. دقت داشته باشید که معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، معادله مکان-زمان متحرکی است که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند و در $t = 0$ در مکان x_0 و دارای سرعت v_0 است. اگر سرعت و مکان متحرک در $t = t_0$ به ترتیب برابر با v'_0 و x'_0 باشد، معادله مکان-زمان متحرک به صورت $x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v'_0\Delta t + x'_0$ خواهد بود که در این معادله Δt برابر $t - t_0$ است.

برای بازه زمانی ۰ تا ۵s داریم:

$$x_0 = -10\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 \times t - 10 \xrightarrow{t=5s} x = 5^2 - 10 = 15\text{m}$$

متحرک در $t = 5\text{s}$ در $x = 15\text{m}$ قرار می‌گیرد. دقت کنید که $x = 15\text{m}$ به عنوان x_0 در مرحله ۵s تا ۱۰s محسوب می‌شود.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۰s داریم:

$$x_0 = 15\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 0 \times \Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 0(5) + 15 = 40\text{m}$$

در بازه زمانی ۱۰s تا ۱۵s داریم:

$$x_0 = 40\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times (-2)(\Delta t)^2 + 0 \times \Delta t + 40 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(-2)(5)^2 + 0(5) + 40 = 15\text{m}$$

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s داریم:

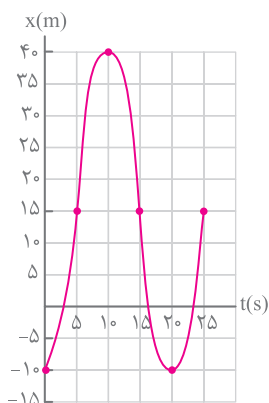
$$x_0 = 15\text{m}, v_0 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2(\Delta t)^2 - 10\Delta t + 15 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 + (-10)(5) + 15 = -10\text{m}$$

در بازه زمانی ۲۰s تا ۲۵s داریم:

$$x_0 = -10\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2(\Delta t)^2 + 0 \times \Delta t - 10 \xrightarrow{\Delta t=5s} x = \frac{1}{2}(2)(5)^2 - 10 = 15\text{m}$$



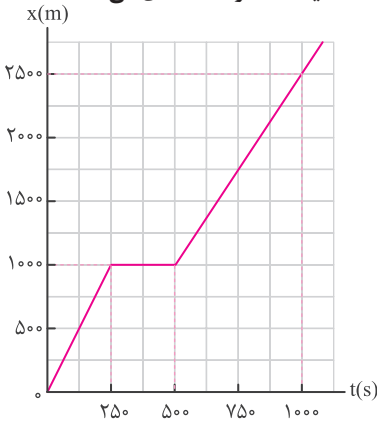
هنگام رسم نمودار مکان-زمان دقت کنید که مماس بر نمودار در لحظه‌هایی که سرعت

متحرک صفر است، یعنی زمان‌های ۰s، ۱۰s و ۲۰s باید موازی با محور زمان باشد (شیب

خط مماس بر نمودار صفر باشد).



۶ شکل زیر نمودار مکان-زمان حرکت یک دوندۀ دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.



الف) در کدام بازۀ زمانی دونده سریع‌تر دویده است؟ در بازۀ زمانی ۰ تا ۲۵۰s سرعت دونده بیشتر است، زیرا شیب نمودار $x-t$ در این بازه بیشتر است.

ب) در کدام بازۀ زمانی، دونده ایستاده است؟ دونده ایستاده است زیرا مقدار x ثابت است. ۵۰۰s تا ۲۵۰s

پ) سرعت دونده را در بازۀ زمانی ۰s تا ۲۵۰s حساب کنید.

در این بازه نمودار به صورت خط راست است بنابراین سرعت دونده ثابت و برابر با سرعت متوسط در این بازه است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000 - 0}{250 - 0} = 4 \frac{m}{s}$$

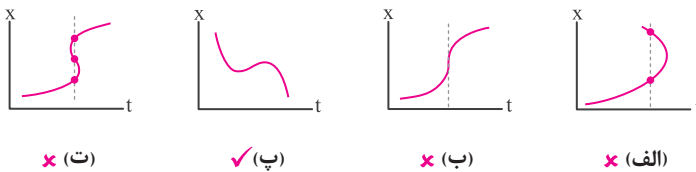
ت) سرعت دونده را در بازۀ زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 1000}{1000 - 500} = 3 \frac{m}{s}$$

ث) سرعت متوسط دونده را در بازۀ زمانی ۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2500 - 0}{1000 - 0} = 2.5 \frac{m}{s}$$

۷ توضیح دهید کدامیک از نمودارهای مکان-زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهندۀ نمودار $x-t$ یک متحرک باشد.



(ت) ✗

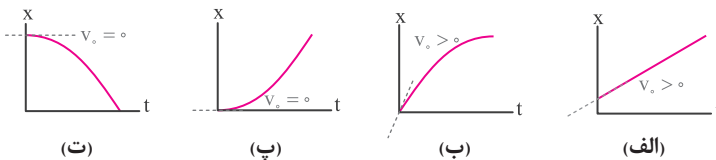
(پ) ✓

(ب) ✗

(الف) ✗

مکان یک متحرک در یک زمان مشخص، منحصر به فرد است، یعنی متحرک نمی‌تواند در یک زمان در دو مکان مختلف باشد. برای تشخیص این موضوع کافی است خطی موازی با محور مکان رسم کنیم. اگر نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، نمودار نمی‌تواند مربوط به یک متحرک باشد.

۸ توضیح دهید از نمودارهای مکان-زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



(ت)

(پ)

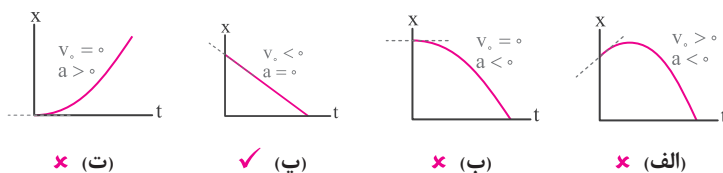
(ب)

(الف)

شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در $t=0$ نشانگر سرعت اولیه متحرک (v_0) است. شکل‌های (پ) و (ت) مربوط به متحرکی است که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، زیرا مماس بر نمودار موازی با محور زمان و شیب آن برابر صفر است. علاوه بر این همان‌گونه که مشاهده می‌شود اندازه شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ که نشان‌دهندۀ تندی حرکت متحرک است، در نمودارهای (پ) و (ت) در حال افزایش است.

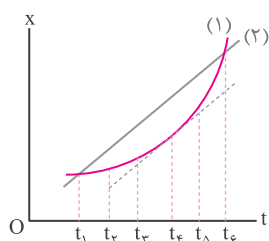


۹ توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان-زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می کند که سرعت اولیه آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



در نمودار الف، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 0$ مثبت است یعنی سرعت اولیه در جهت مثبت محور x است ($v_0 > 0$). با توجه به اینکه تقعر نمودار روبه پایین است، شتاب در خلاف جهت محور x هاست ($a < 0$).

۱۰ شکل زیر نمودار مکان-زمان دو خودرو را نشان می دهد که در جهت محور x حرکت اند.

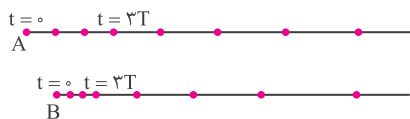


الف) در چه لحظه هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می گذرند؟ در لحظات t_1 و t_6 دو متحرک از کنار هم عبور می کنند زیرا هم مکان هستند.

ب) در چه لحظه ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟ شیب خط مماس بر نمودار (۱) در لحظه t_4 برابر با شیب نمودار (۲) است؛ بنابراین تندی دو خودرو در این لحظه تقریباً یکسان است.

پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید. در بازه t_1 تا t_6 ، جابه جایی (Δx) و مدت زمان جابه جایی (Δt) برای هر دو خودرو یکسان و در نتیجه سرعت متوسط آنها برابر است.

۱۱ هر یک از شکل های زیر مکان یک خودرو را در لحظه های $t = 0$ ، $t = T$ ، $t = 2T$ ، $t = 3T$ و $t = 4T$ نشان می دهد. هر دو خودرو در لحظه $t = 3T$ شتاب می گیرند. توضیح دهید،



الف) سرعت اولیه کدام خودرو بیشتر است.

هر دو خودرو تا زمان $t = 3T$ با سرعت ثابت حرکت کرده اند؛

بنابراین سرعت لحظه ای هر کدام از آنها در بازه زمانی 0 تا $3T$ برابر با سرعت متوسط آنها در این بازه است. با توجه به اینکه جابه جایی خودروی A در این بازه زمانی بیشتر از جابه جایی خودروی B است؛ بنابراین طبق رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ، سرعت متوسط و در نتیجه سرعت اولیه آن بیشتر از سرعت اولیه خودروی B است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است. با توجه به اینکه جابه جایی خودروی B در بازه زمانی 0 تا $6T$ بیشتر از جابه جایی خودروی A در همین بازه زمانی است؛ بنابراین سرعت متوسط خودروی B در این بازه زمانی بیشتر از سرعت متوسط خودروی A است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد. با توجه به اینکه در زمان $t = 3T$ ، سرعت خودروی B کمتر از سرعت خودروی A بوده اما در زمان $t = 4T$ سرعت خودروی B بیشتر از سرعت خودروی A است؛ بنابراین افزایش سرعت (Δv) خودروی B در بازه زمانی $3T$ تا $4T$ بیشتر از خودروی A بوده و طبق رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، شتاب حرکت خودروی B بیشتر از شتاب حرکت خودروی A است.



۱۲) معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

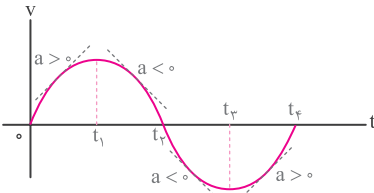
الف) مکان متحرک را در $t = 0$ s و $t = 2$ s به دست آورید.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0^3 - 3(0)^2 + 4 = 4 \text{ m}$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 2^3 - 3(2)^2 + 4 = 0 \text{ m}$$

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 4}{2 - 0} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۱۳) نمودار سرعت-زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر نقطه نشانگر شتاب حرکت متحرک در آن نقطه است. اگر شیب این خط مثبت باشد، شتاب نیز مثبت و جهت آن در جهت محور x است و اگر شیب این خط منفی باشد، شتاب نیز منفی و جهت آن در خلاف جهت محور x است؛ بنابراین جهت شتاب در بازه‌های مختلف به این ترتیب است:

۰ تا t_1 : در جهت محور x t_1 تا t_2 : در خلاف جهت محور x t_2 تا t_3 : در جهت محور x

۱۴) جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه $t_1 = 5$ s در مکان $x_1 = 6$ m و در لحظه $t_2 = 20$ s در مکان $x_2 = 36$ m باشد،

الف) معادله مکان-زمان جسم را بنویسید.

معادله مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_0$ است. برای نوشتن این معادله باید v و x_0 معلوم باشند، ابتدا سرعت متوسط حرکت بین دو لحظه t_1 تا t_2 را محاسبه می‌کنیم:

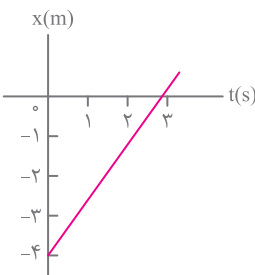
$$v = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = vt + x_0 = 2t + x_0$$

برای به دست آوردن x_0 می‌توان اطلاعات مربوط به یک لحظه را در معادله مکان-زمان قرار داد.

$$t_1 = 5 \text{ s}, x_1 = 6 \text{ m} \Rightarrow 6 = (2 \times 5) + x_0 \Rightarrow x_0 = -4 \text{ m}$$

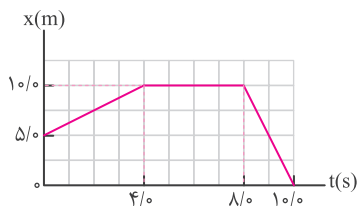
$$x = vt + x_0 \Rightarrow x = 2t - 4$$



ب) نمودار مکان-زمان جسم را رسم کنید.

برای رسم نمودار مکان-زمان می‌توان مکان‌های متحرک در لحظات مختلف را به دست آورد. بنابراین با استفاده از معادله $x = 2t - 4$ داریم:

x	t
-4	0
0	2



۱۵) شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند.

الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چقدر است؟

جابه‌جایی: $\Delta x = 0 - 5 = -5\text{m}$

روش اول: برای پیدا کردن مسافت پیموده‌شده، مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم به مجموع طول‌های پیموده‌شده، مسافت پیموده‌شده (l) می‌گویند؛ بنابراین با توجه به شکل داریم:



روش دوم: حرکت متحرک را به بازه‌های زمانی‌ای که در آنها جهت حرکت متحرکی تغییر نکرده، تقسیم می‌کنیم. در این صورت مسافت پیموده‌شده در کل مسیر برابر است با مجموع اندازه‌های بردارهای جابه‌جایی در این بازه‌ها.

$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |10 - 5| + |10 - 10| + |0 - 10| = 5 + 0 + 10 = 15\text{m}$$

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۸/۰s تا ۱۰/۰s و همچنین در کل زمان حرکت به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 5}{4 - 0} = \frac{5}{4} = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی ۰s تا ۴s:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 - 10}{8 - 4} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی ۴s تا ۸s:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{10 - 8} = \frac{-10}{2} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بازه زمانی ۸s تا ۱۰s:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = -0/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

سرعت متوسط در کل زمان حرکت:

پ) معادله حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۸/۰s تا ۱۰/۰s بنویسید.

با استفاده از معادله حرکت متحرک با سرعت ثابت ($x = vt + x_0$) داریم:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 5\text{m}, v = 1/25 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 1/25t + 5$$

در بازه زمانی صفر تا ۴s:

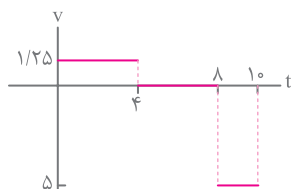
$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 10\text{m}, v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = 10$$

در بازه زمانی ۴s تا ۸s:

$$x = vt + x_0 \xrightarrow{x_0 = 10\text{m}, v = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x = -5(t - 8) + 10 = -5t + 50$$

در بازه زمانی ۸s تا ۱۰s:

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید.





۱۶ شکل زیر نمودار مکان-زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.

الف) معادله حرکت هر یک از آنها را بنویسید. سرعت هر دو متحرک ثابت است بنابراین با توجه به معادله $x = vt + x_0$ ، برای متحرک A داریم:

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - (-300)}{30 - 0} = \frac{900}{30} = 30 \frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{x_{0A} = -300m, v_A = 30 \frac{m}{s}} x_A = 30t - 300$$

برای متحرک B داریم:

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{600 - 300}{20 - 0} = 15 \frac{m}{s}$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{x_{0B} = 300m, v_B = 15 \frac{m}{s}} x_B = 15t + 300$$

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟ وقتی دو متحرک به یکدیگر می‌رسند که مکان آنها یکسان باشد؛ بنابراین برای پیدا کردن زمان رسیدن دو خودرو به هم معادله مکان-زمان آنها را مساوی با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 30t - 300 = 15t + 300 \Rightarrow 15t = 600 \Rightarrow t = 40s$$

برای به دست آوردن مکانی که دو خودرو به هم می‌رسند کافی است زمان به دست آمده ($t = 40s$) را معادله مکان-زمان یکی از خودروها قرار دهیم:

$$x = 30t - 300 \xrightarrow{t=40s} x = 30(40) - 300 = 900m$$

۱۷) دانش‌تن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ ۲۴/۰ ثانیه باشد، فاصله ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟ دقت کنید که ۲۴/۰ زمان رفت و برگشت یک تپ است. برای رسیدن تپ به ماهواره به نصف زمان فوق نیاز داریم بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_{نور} = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}, \Delta t_{رفت} = \frac{1}{2} \times 24 = 12s \quad \Delta x = v \Delta t = (3 \times 10^8)(12) = 3.6 \times 10^9 m$$

۱۸) نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق

شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی ۰ تا ۵/۰s و ۵/۰ تا ۴۰/۰s چند برابر سرعت متوسط آن در بازه زمانی ۰ تا ۴۰/۰s است؟

با توجه به اینکه حرکت در دو بازه ۰ تا ۱۰/۰s و ۱۰/۰ تا ۴۰/۰s حرکت با شتاب ثابت است، برای به دست آوردن سرعت متوسط در هر دو

مرحله می‌توان از رابطه $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$ استفاده کرد.

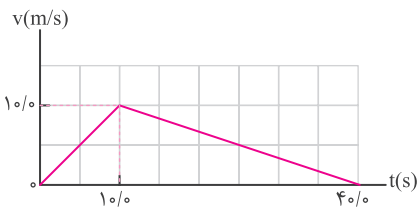
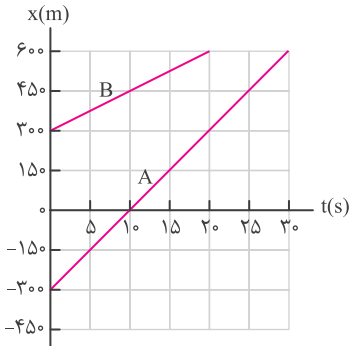
در بازه زمانی ۰ تا ۵/۰s:

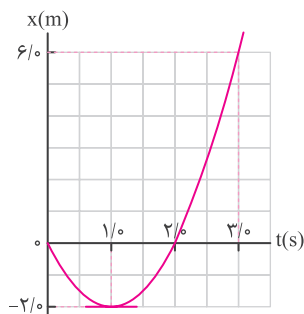
$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{5 + 0}{2} = 2.5 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی ۲۵/۰ تا ۴۰/۰s:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2} = \frac{0 + 5}{2} = 2.5 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت متوسط در هر دو بازه زمانی با هم برابر است.





۱۹ شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا $3/0$ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6-0}{3-0} = 2 \frac{m}{s}$$

ب) معادله مکان-زمان متحرک را بنویسید.

برای به دست آوردن معادله مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت

$(x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0)$ باید مقدار x_0 ، a ، و v_0 مشخص باشد. با توجه به نمودار، در لحظه $t = 0s$ متحرک در مبدأ است؛ بنابراین $x_0 = 0m$. برای پیدا کردن a و v_0 کافی است داده‌های مربوط به دو نقطه از نمودار را در معادله مکان-زمان متحرک جایگذاری کنیم.

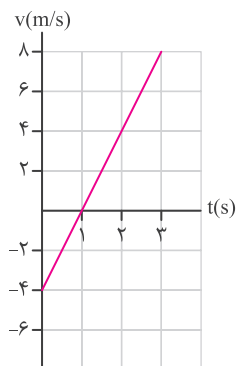
$$\left. \begin{aligned} t = 1s, x = -2m &\Rightarrow -2 = \frac{1}{2}a(1)^2 + v_0(1) + 0 \rightarrow a + 2v_0 = -4 \\ t = 2s, x = 0m &\Rightarrow 0 = \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + 0 \rightarrow 2a + 2v_0 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}, v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \times 4t^2 - 4t + 0 \Rightarrow x = 2t^2 - 4t$$

پ) سرعت متحرک را در لحظه $t = 3/0s$ پیدا کنید.

$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=4 \frac{m}{s^2}, v_0=-4 \frac{m}{s}} v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3s} v = 4(3) - 4 = 8 \frac{m}{s}$$

ت) نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنید. برای رسم نمودار سرعت-زمان، کافی است داده‌های مربوط به دو زمان مختلف را داشته باشیم.



$$t = 0s \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

$$t = 3s \Rightarrow v = 8 \frac{m}{s}$$

۲۰ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = +10m$ سرعت متحرک $4m/s$ و در مکان $x = +19m$ سرعت متحرک $18km/h$ است.

$$x_1 = 10m, v_1 = 4 \frac{m}{s}, x_2 = 19m, v_2 = 18 \frac{km}{h} = 5 \frac{m}{s}$$

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

با استفاده از معادله سرعت-جابجایی داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 5^2 - 4^2 = 2a(19 - 10) \Rightarrow 25 - 16 = 2a \times 9 \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$



ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از 4 m/s به سرعت 18 km/h می‌رسد؟

$$v_p = at + v_1 \Rightarrow 5 = 0 / 5t + 4 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

۲۱) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب 2 m/s^2 شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت 36 km/h از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟ حرکت خودرو شتاب‌دار و حرکت کامیون با سرعت ثابت است. ابتدا با در نظر گرفتن سرعت اولیه صفر برای خودرو و انتخاب محل ایستادن خودرو به عنوان مبدأ مکان، معادله مکان-زمان هر دو متحرک را به دست آورده و مساوی با هم قرار می‌دهیم تا زمان رسیدن خودرو به کامیون به دست آید.

$$\text{معادله مکان-زمان خودرو: } x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=0 \text{ m}, v_0=0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a=2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} x_1 = \frac{1}{2} \times 2t^2 + 0 + 0 = t^2$$

$$\text{سرعت حرکت کامیون: } v = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{معادله مکان-زمان کامیون: } x_2 = vt + x_0 \xrightarrow{x_0=0 \text{ m}, v=10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} x_2 = 10t$$

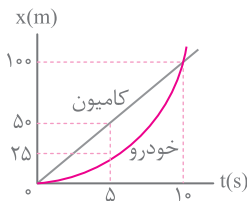
$$x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(t - 10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ s} \Rightarrow \text{در پشت چراغ هم مکان بوده‌اند.} \\ t = 10 \text{ s} \Rightarrow \text{پس از ۱۰ ثانیه خودرو به کامیون می‌رسد.} \end{cases}$$

برای به دست آوردن مکان رسیدن خودرو به کامیون، زمان به دست آمده را در معادله مکان-زمان خودرو یا کامیون قرار می‌دهیم:

$$x = 10t \xrightarrow{t=10 \text{ s}} x = 100 \text{ m}$$

بنابراین بعد از طی مسافت ۱۰۰ متر، خودرو به کامیون می‌رسد.

ب) نمودار مکان-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

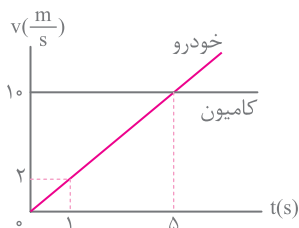


$t(\text{s})$	۰	۵	۱۰
$x_1 = t^2 (\text{m})$	۰	۲۵	۱۰۰
$x_2 = 10t (\text{m})$	۰	۵۰	۱۰۰

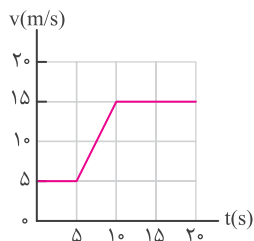
پ) نمودار سرعت-زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

حرکت خودرو با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین معادله سرعت-زمان آن به صورت $v = at + v_0$ است؛ بنابراین:

$$\text{خودرو: } v_1 = at + v_0 \xrightarrow{v_0=0 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a=2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} v = 2t$$



$t(\text{s})$	۰	۱	۵
$v_1 (\frac{\text{m}}{\text{s}})$	۰	۲	۱۰
$v_2 (\frac{\text{m}}{\text{s}})$	۱۰	۱۰	۱۰



۲۲ شکل نشان داده شده نمودار سرعت-زمان خودرویی را نشان می دهد که روی مسیری

مستقیم حرکت می کند.

الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه های $t = 3s$ ، $t = 8s$ ، $t = 11s$ و $t = 15s$ به دست آورید.

در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s سرعت حرکت ثابت است بنابراین شتاب حرکت در این بازه زمانی و در $t = 3s$ ، صفر است.

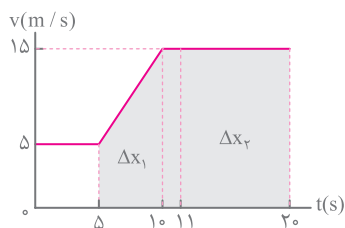
در بازه زمانی ۵s تا ۱۵s شتاب حرکت ثابت و برابر با شتاب متوسط در این بازه زمانی است؛ بنابراین برای محاسبه شتاب در $t = 8s$ می توان نوشت:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{10 - 5} = \frac{10}{5} = 2 \frac{m}{s^2}$$

در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۰s سرعت حرکت ثابت و شتاب برابر با صفر است؛ بنابراین شتاب در لحظه های $t = 11s$ و $t = 15s$ برابر صفر است.

ب) شتاب متوسط در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{15 - 5}{20 - 0} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$



پ) در هر یک از بازه های زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_1 = 11s$ تا $t_2 = 20s$

خودرو چقدر جابه جا شده است؟

سطح زیر نمودار سرعت-زمان برابر با جابه جایی است بنابراین داریم:

بازه زمانی ۵s تا ۱۱s:

$$\Delta x_1 = S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{دوزنقه}} = \left(\frac{5+15}{2} \times 5 \right) + (1 \times 15) = 50 + 15 = 65m$$

بازه زمانی ۱۱s تا ۲۰s:

$$\Delta x_2 = 9 \times 15 = 135m$$

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه های زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 11s$ و $t_1 = 11s$ تا $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{65}{11-5} = \frac{65}{6} = 10 \frac{1}{6} \frac{m}{s}$$

بازه زمانی ۵s تا ۱۱s:

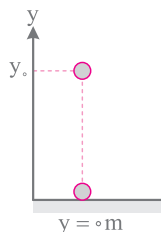
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{135}{20-11} = \frac{135}{9} = 15 \frac{m}{s}$$

بازه زمانی ۱۱s تا ۲۰s:

۲۳ گلوله ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از $4/0$ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمه راه و همچنین در لحظه برخورد

به زمین چقدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید. جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را روی زمین در نظر می گیریم، بنابراین در

لحظه برخورد به زمین، $y = 0m$ است.

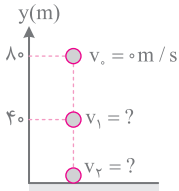


$$t = 4s, y = 0m, y_0 = ?$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10(4)^2 + y_0 \Rightarrow y_0 = 80m$$



برای به دست آوردن سرعت گلوله در نیمه راه می‌توان نوشت:

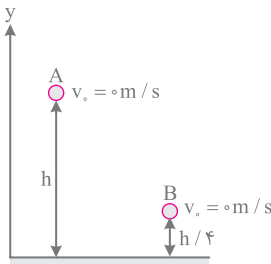


$$v_1^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0) \Rightarrow v_1^2 - 0 = -2 \times 10 \times (40 - 80) \Rightarrow v_1^2 = 800$$

$$\Rightarrow v_1 = \pm \sqrt{800} = \pm 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

با توجه به اینکه سرعت به طرف پایین است، $v_1 = -20\sqrt{2} \frac{m}{s}$ قابل قبول است. برای به دست آوردن سرعت برخورد به زمین از معادله سرعت-زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_2 = -gt + v_0 \Rightarrow v_2 = -10 \times 40 + 0 = -40 \frac{m}{s}$$



(۱۴) الف) گلوله A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه

ثانیه بعد گلوله B را از ارتفاع h/4 و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت

گلوله A به سرعت گلوله B در لحظه رسیدن به زمین چقدر است؟

جهت بالا را جهت مثبت و مبدأ مکان را روی زمین در نظر می‌گیریم.

$$v_A^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0) \Rightarrow v_A^2 - 0 = -2g(0 - h)$$

$$\Rightarrow v_A^2 = 2gh \Rightarrow v_A = \pm \sqrt{2gh}$$

$v_A = -\sqrt{2gh}$ قابل قبول است زیرا سرعت به طرف پایین است. همچنین برای گلوله B می‌توان نوشت:

$$v_B^2 - v_0^2 = -2g(y - y_0) \Rightarrow v_B^2 - 0 = -2g(0 - \frac{h}{4}) \Rightarrow v_B^2 = \cancel{g} \frac{h}{\cancel{4}} = \frac{gh}{2} \Rightarrow v_B = \pm \sqrt{\frac{1}{2}gh}$$

$v_B = -\sqrt{\frac{1}{2}gh}$ قابل قبول است زیرا سرعت به سمت پایین است.

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{-\sqrt{2gh}}{-\sqrt{\frac{1}{2}gh}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{gh}}{\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{gh}} = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{2}}} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow v_A = 2v_B$$

ب) اگر دو گلوله همزمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

اگر زمان حرکت گلوله A را t_A بنامیم، زمان حرکت گلوله B برابر با $t_B = t_A - 3$ خواهد بود، زیرا گلوله B سه ثانیه بعد رها شده است؛ بنابراین با استفاده از معادله سرعت-زمان برای دو گلوله داریم:

$$v_A = -gt_A \quad (1) \quad v_A = -gt_B = -g(t_A - 3) \quad (2) \quad v_A = 2v_B \quad (3)$$

از معادله (۱) و (۳) داریم:

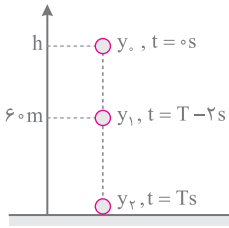
$$v_A = -gt_A \xrightarrow{v_A = 2v_B} 2v_B = -gt_A \xrightarrow{v_B = -g(t_A - 3)} 2(-g(t_A - 3)) = -gt_A \Rightarrow 2t_A - 6 = t_A \Rightarrow t_A = 6s$$

مدت زمان سقوط گلوله A، ۶ ثانیه است؛ بنابراین برای مدت زمان سقوط گلوله B داریم:

$$t_B = t_A - 3 = 3s$$

برای به دست آوردن ارتفاع h کافی است زمان به دست آمده t_A را در معادله مکان-زمان گلوله A جایگذاری کنیم.

$$v = -\frac{1}{2}gt_A^2 + y_0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 + h \Rightarrow h = 180m$$



۲۵) سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

الف) اگر سنگ در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ مدت زمان سقوط سنگ را T و ارتفاع ساختمان را h در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن جهت بالا به عنوان جهت مثبت و سطح زمین به عنوان مبدأ مکان، داریم:

$$T - 2\text{ s} \text{ از ارتفاع سنگ پس از } y_1 = 60\text{ m} \Rightarrow -\frac{1}{2}g(T-2)^2 + h = 60 \quad (۱)$$

$$(۲) \text{ از ارتفاع سنگ پس از } T \text{ ثانیه } y_2 = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}gT^2 + h = 0$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} -\frac{1}{2}g(T^2 - 4T + 4) + h - (-\frac{1}{2}gT^2 + h) = 60 - 0 \Rightarrow -\cancel{\frac{1}{2}gT^2} + 2gT - 2g + \cancel{h} + \cancel{\frac{1}{2}gT^2} - \cancel{h} = 60$$

$$\Rightarrow 2g(T-1) = 60 \Rightarrow T-1 = \frac{60}{20} = 3 \Rightarrow T = 4\text{ s}$$

بنابراین کل زمان حرکت چهار ثانیه بوده است. برای محاسبه ارتفاع h می‌توان t را در یکی از معادلات (۱) یا (۲) قرار داد.

$$\xrightarrow{(۲)} -\frac{1}{2}gt^2 + h = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 + h \Rightarrow h = 80\text{ m}$$

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟

$$v = -gT \xrightarrow{t=4\text{ s}} v = -10 \times 4 = -40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از معادله سرعت-زمان داریم: