

پیشگفتار



دبیران گرامی، دانش آموزان عزیز:

این کتاب شامل دوازده بخش است که در هر بخش یکی از کتاب‌های درسی پایه نهم مورد بررسی قرار گرفته است. ویژگی‌های این بخش‌ها به شرح زیر است:

پاسخ کاملاً تشریحی به «فعالیت»ها، «کار در کلاس»ها، «تمرین»ها و... کتاب درسی
ارائه نکات کاربردی در حل مسائل و تمرینات

ریاضی

پوشش کامل مطالب کتاب درسی در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ کاملاً تشریحی به «فعالیت»ها، «گفت‌وگو کنید»ها، «آزمایش کنید»ها و... کتاب درسی

علوم تجربی

معنی واژه‌های سطر به سطر کتاب درسی
ارائه لغات مهم املائی در هر درس
معنی کامل ابیات و متن‌های کهن
پاسخ کامل به تمرین‌های کتاب درسی

فارسی و
نگارش

ترجمه و راهنمای تلفظ متن کتاب‌های درسی (Student book - Workbook)
پاسخ کاملاً تشریحی به تمرین‌های کتاب (Student book - Workbook)

انگلیسی

ترجمه تمام متن‌ها و تمرین‌های کتاب درسی
پاسخ کاملاً تشریحی به تمرین‌های کتاب درسی

عربی

پوشش کامل مطالب کتاب درسی در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ «فعالیت»ها و «کاربرگ»های کتاب درسی

مطالعات
اجتماعی

پوشش کامل مطالب هر درس در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ به «خودت را امتحان کن»ها، «فعالیت کلاسی»ها و... کتاب درسی

پیام‌های آسمان

پوشش مطالب مهم هر درس در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ به تمرین‌های کتاب درسی

آمادگی دفاعی

پاسخ به تمرین‌های کتاب درسی

آموزش قرآن
کار و فناوری
فرهنگ و هنر

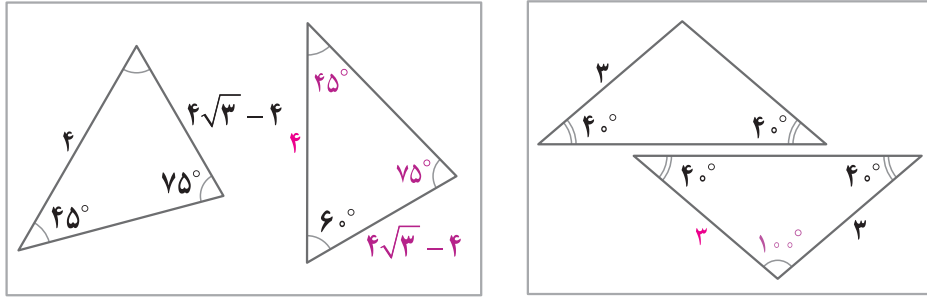
از همه عزیزانی که این کتاب را انتخاب نموده‌اند تقاضا داریم انتقادهای و پیشنهادهای خود را از طریق صندوق پستی ۳۷۷-۱۳۱۴۵ یا تلفن ۰۶۴۲-۲۱۰۶۴۲۰ با ما در میان بگذارند. از تمامی دبیران و کارشناسان محترمی که با راهنمایی‌های خود ما را در تألیف این کتاب یاری کردند، سپاس‌گزاریم.
گروه مؤلفان



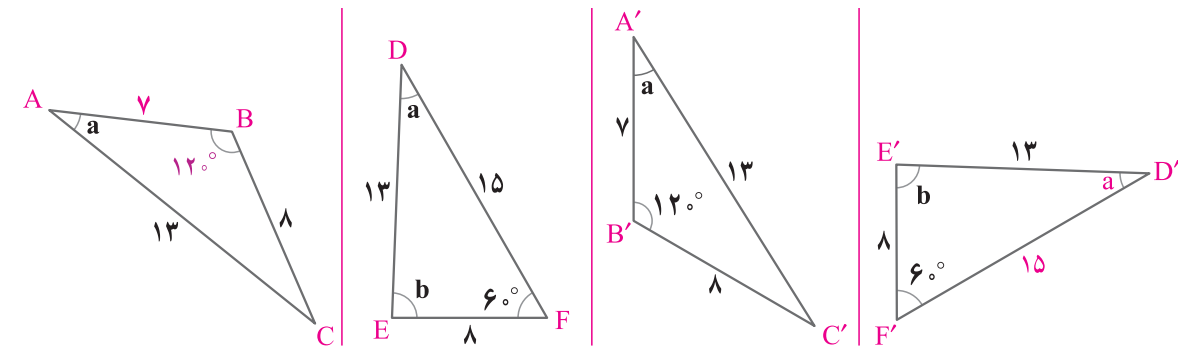
صفحة ۴۴ کتاب درسی



۱ در شکل‌های زیر، دو مثلث داخل هر کادر با یکدیگر هم‌نهشت‌اند. اندازه پاره‌خط‌ها و زاویه‌های مجهول را روی شکل مشخص کنید:



۲ در شکل زیر چهار مثلث رسم شده که دویه‌دو با یکدیگر هم‌نهشت‌اند. ابتدا مثلث‌های هم‌نهشت را مشخص کنید و سپس اندازه‌های مجهول را که با «؟» مشخص شده، تعیین نمایید (زاویه‌هایی که با یک حرف مشخص شده، باهم مساوی است).



$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

و

$\triangle DEF \cong \triangle D'E'F'$

دقت کنید که داریم:



برای نوشتن تساوی اجزای متناظر دو مثلث هم‌نهشت، به موارد زیر توجه کنید.

- ۱- ضلع‌های روبه‌رو به زاویه‌های مساوی با هم برابرند.
- ۲- زاویه‌های روبه‌رو به ضلع‌های مساوی با هم برابرند.

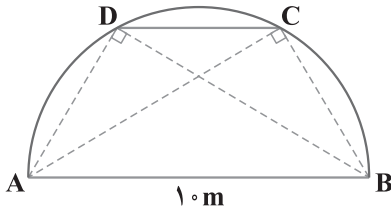
صفحة ۴۵ و ۴۶ کتاب درسی



در نزدیکی منزل ترانه و شهرزاد، بوستانی هست که در آن یک پل فلزی به شکل نیم‌دایره وجود دارد بچه‌ها برای بازی از پله‌های آن بالا می‌روند. می‌دانیم فاصله ابتدای پل (نقطه A) از انتهای آن (نقطه B) ۱۰ متر است. ترانه روی پله C نشسته است که از انتهای پل ۶ متر فاصله دارد ($BC = 6$) و شهرزاد روی پله D نشسته است که از ابتدای پل همین مقدار فاصله دارد.



آنها حدس می‌زنند که باید فاصله‌شان از پایه‌های مقابل برابر باشد؛ یعنی $AC = BD$. درستی حدس آنها را به دو روش ثابت کنید.



۱ نشان دهید زاویه‌های \hat{C} و \hat{D} در شکل، قائمه است. طول‌های AC و BD

را به کمک قضیه فیثاغورس محاسبه کنید و نشان دهید: $AC = BD$

زاویه‌های C و D محاطی و روبه‌روی قطر دایره هستند، بنابراین:

$$\hat{C} = \hat{D} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

لذا مثلث‌های ACB و ADB قائم‌الزاویه‌اند، پس طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 \Rightarrow BD = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \Rightarrow AC = BD = 8$$

۲ به کمک هم‌نهشتی مثلث‌های ACB و ADB ، نشان دهید: $AC = BD$. از سال گذشته می‌دانیم AD و BC وترهایی با طول‌هایی

مساوی از دایره هستند؛ بنابراین کمان‌های نظیر آنها نیز با هم برابرند. در نتیجه:

$$\widehat{AD} = \widehat{BC} \xrightarrow{\div 2} \frac{\widehat{AD}}{2} = \frac{\widehat{BC}}{2} \Rightarrow \widehat{D\hat{B}A} = \widehat{C\hat{A}B} \quad (1)$$

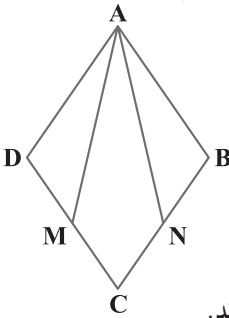
$$\widehat{AD} = \widehat{BC} \xrightarrow{+\widehat{DC}} \underbrace{\widehat{AD} + \widehat{DC}}_{\widehat{AC}} = \underbrace{\widehat{BC} + \widehat{DC}}_{\widehat{BD}} \xrightarrow{\div 2} \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{A\hat{B}C} = \widehat{B\hat{A}D} \quad (2)$$

از طرفی AB ضلع مشترک دو مثلث ADB و ACB است و با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) این دو مثلث، بنا به حالت (ز ض ز) هم‌نهشت خواهند بود. در نتیجه با نوشتن تساوی اجزای متناظر آنها، تساوی $AC = BD$ ثابت می‌شود.

صفحه ۴۶ کتاب درسی



در شکل مقابل $ABCD$ لوزی است و نقطه‌های M و N وسط‌های اضلاع CD و CB هستند. می‌خواهیم نشان دهیم $\triangle ADM \cong \triangle ABN$



۱ با توجه به ویژگی‌های لوزی، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\text{فرض: } \begin{cases} AD = AB = CD = CB, & BN = \frac{CB}{2} \\ \hat{A} = \hat{C}, & \hat{B} = \hat{D}, & DM = \frac{CD}{2} \end{cases}$$

$$\text{حکم: } \triangle ADM \cong \triangle ABN$$

۲ با توجه به نتیجه قسمت (۱) و تساوی‌های قسمت اول، ثابت کنید مثلث‌های ADM و ABN هم‌نهشت‌اند.

$$DM = \frac{CD}{2}, \quad BN = \frac{CB}{2} \xrightarrow{CD=CB} DM = BN$$

با توجه به قسمت (۱)، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AD = AB \quad (\text{طبق فرض}) \\ \hat{D} = \hat{B} \quad (\text{طبق فرض}) \\ DM = BN \quad (\text{نتیجه قسمت (۱)}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ADM \cong \triangle ABN$$

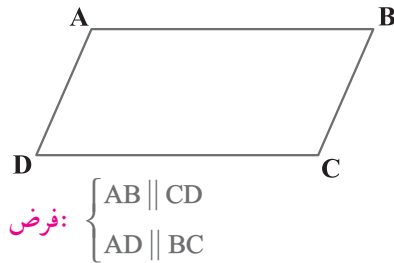
بنابراین:

۳ حال با توجه به هم‌نهشتی دو مثلث ADM و ABN ، اجزای متناظر آنها را بنویسید.

$$\widehat{DMA} = \widehat{BNA}, \quad AM = AN, \quad \widehat{D\hat{A}M} = \widehat{B\hat{A}N}$$



صفحه ۴۶ تا ۴۸ کتاب درسی



می‌خواهیم ثابت کنیم که در هر متوازی‌الاضلاع، مانند شکل روبه‌رو، ضلع‌های مقابل، همواره با هم برابرند.

مفروضات و داده‌های مسئله چیست؟ تمام آنها را بنویسید؛ حکم مسئله چیست؟

حکم: $AB = CD$, $AD = BC$

نظر دو دانش‌آموز را درباره این مسئله ببینید و به سؤال‌های مطرح‌شده پاسخ دهید.

شبیم
می‌دانیم که در تعریف متوازی‌الاضلاع، برابری ضلع‌های روبه‌رو آورده شده است. علاوه بر آن با اندازه‌گیری هم می‌توانیم این موضوع را نشان دهیم.

شهرزاد
معلوم است که ضلع‌های روبه‌رو باهم مساوی‌اند؛ با چشم هم می‌توان دید!

آیا می‌توانیم در حل مسائل هندسه فقط به چشم‌هایمان اعتماد کنیم؟ خیر چرا؟ زیرا استفاده از حواس و حتی اندازه‌گیری با خطا همراه است و نمی‌توان به‌طور کامل به آنها اطمینان کرد.

به تعریف متوازی‌الاضلاع در کتاب سال گذشته مراجعه کنید. آیا برابری اضلاع مقابل در این تعریف وجود داشت؟ خیر آیا اگر با اندازه‌گیری اضلاع مقابل، برابری آنها را ببینیم، درستی حکم را ثابت کرده‌ایم؟ خیر چرا؟ چون اندازه‌گیری همواره با خطا همراه است.

ترانه

به‌نظر من باید دو مثلث هم‌نهشت بیابیم و با اثبات هم‌نهشتی آنها به برابری اضلاع مقابل در متوازی‌الاضلاع برسیم؛ اما در شکل دو مثلث نداریم، پس با اضافه کردن یک خط، یعنی یکی از قطر‌ها، دو مثلث ایجاد می‌کنیم.

اثبات را به‌صورت زیر کامل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \text{ و } BD \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ AD \parallel BC \text{ و } BD \text{ مورب} \Rightarrow \widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \\ BD = BD \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle CBD \text{ (ز ض ز)}$$

با توجه به هم‌نهشتی دو مثلث ABD و CBD ، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

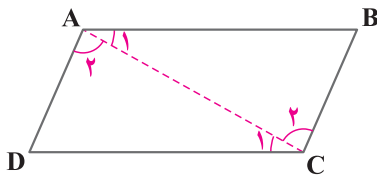
دیدیم که $\widehat{B}_1 = \widehat{D}_1$ است؛ بنابراین داریم: $AD = BC$

و $\widehat{B}_2 = \widehat{D}_2$ ؛ بنابراین داریم: $AB = DC$

چرا برای اثبات هم‌نهشتی مثلث‌های ایجادشده، نمی‌توانیم از حالت‌های (ض ض ض) و (ض ض ض) استفاده کنیم؟

زیرا در این دو حالت، به برابری ضلع‌های روبه‌رو در متوازی‌الاضلاع نیاز داریم که از همان ابتدا در فرض‌های مسئله نیست.

با توجه به مباحث درس قبل (هندسه و استدلال) بگویید آیا می‌توانستیم همین نتیجه را با رسم قطر AC به دست آوریم؟ بله



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \text{ و } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AD \parallel BC \text{ و } AC \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \\ AC = AC \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(اض ز)}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

$$AB = CD, AD = BC$$

با نوشتن تساوی اجزای متناظر در این دو مثلث، داریم:

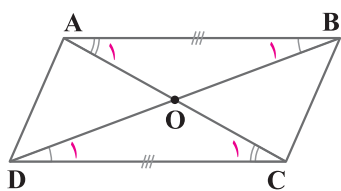
از هم‌نهستی مثلث‌های ایجادشده در متوازی‌الاضلاع، به‌جز برابری ضلع‌های مقابل، نتیجه دیگری هم درباره زاویه‌های متوازی‌الاضلاع به دست می‌آید؛ این نتیجه را بنویسید.

در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو، مساوی‌اند.

صفحه ۴۸ کتاب درسی



۱ ثابت کنید قطرهای هر متوازی‌الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. یعنی در شکل مقابل نشان دهید: $OB = OD$ و $OA = OC$.



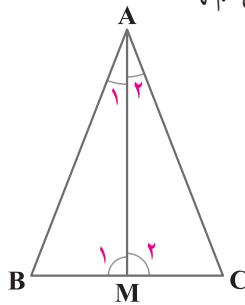
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ AB = CD \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(اض ز)}} \triangle AOB \cong \triangle DOC \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \begin{cases} OA = OC \Rightarrow \text{O وسط AC است.} \\ OB = OD \Rightarrow \text{O وسط BD است.} \end{cases}$$

بنابراین قطرهای در نقطه O یکدیگر را نصف می‌کنند.

۲ ثابت کنید در هر مستطیل، قطرهای یکدیگر را برابری می‌کنند. (مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است!)

در تمرین (۱)، نشان دادیم که در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند و چون مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است، بنابراین در مستطیل نیز، قطرهای یکدیگر را نصف خواهند کرد.

۳ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، میانه AM را رسم کرده‌ایم. مثلث‌های AMB و AMC به چه حالتی هم‌نهست‌اند؟



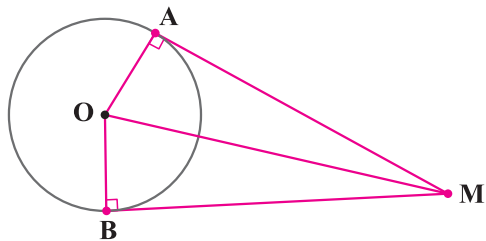
$$\left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ (متساوی‌الساقین)} \quad AB = AC \\ \triangle ABC \text{ (متساوی‌الساقین)} \quad \hat{B} = \hat{C} \\ (AM \text{ میانه}) \quad BM = MC \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(اض ز)}} \triangle AMB \cong \triangle AMC \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad (۱) \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (۲) \end{cases}$$

چرا AM نیمساز زاویه \hat{A} است؟ با توجه به رابطه (۲) نتیجه می‌شود که AM نیمساز زاویه A است.

چرا AM بر BC عمود است؟ $\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \xrightarrow{\text{رابطه (۲)}} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \Rightarrow$ AM بر BC عمود است.

نکته

در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، همان نیمساز و میانه نظیر رأس است.



۴ از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کنید. آیا اندازه این دو مماس با هم برابر است؟ درستی ادعای خود را نشان دهید. (راهنمایی: از مرکز دایره به نقطه‌های A، B و M وصل می‌کنیم. نشان می‌دهیم دو مثلث OAM و OBM هم‌نهشت‌اند.

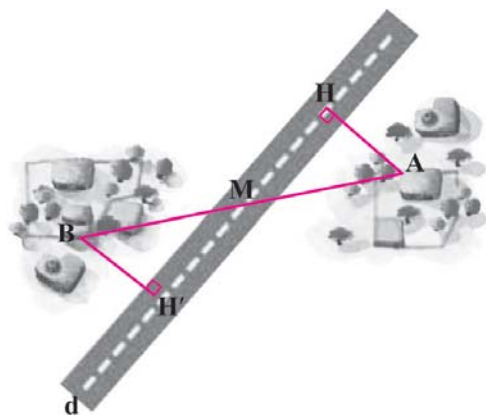
از سال گذشته می‌دانیم خط مماس بر دایره، در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است، بنابراین $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$. در نتیجه دو مثلث OAM و OBM قائم‌الزاویه‌اند. $MA = MB$ $\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}}$ $\triangle OAM \cong \triangle OBM$ (وض) $\xrightarrow{\text{ضلع مشترک}}$ $OM = OM$ (ضلع مشترک) $\xrightarrow{\text{شعاع دایره}}$ $OA = OB$

نکته

- خط مماس بر دایره، در نقطه تماس، بر شعاع دایره عمود است.
- اگر از نقطه‌ای خارج از دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول آنها با هم برابر خواهد بود.

صفحه ۴۹ و ۵۰ کتاب درسی

مسئله



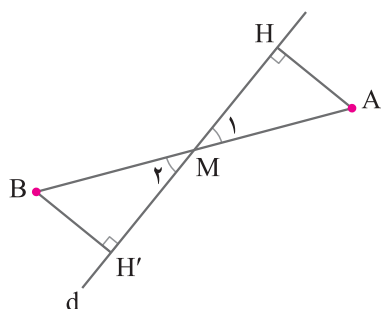
دو روستای A و B با یک جاده خاکی مستقیم به هم وصل هستند. در آن منطقه، یک جاده آسفالتی مستقیم ساخته شد که دو روستا در دو طرف آن واقع شد و جاده آسفالتی درست از وسط جاده خاکی عبور می‌کرد. اداره راه‌سازی تصمیم گرفته است که از هر روستا، یک جاده آسفالتی با کوتاه‌ترین فاصله ممکن تا جاده اصلی بسازد. بنابراین از روستای A یک جاده مستقیم، عمود بر این جاده اصلی و به طول چهار کیلومتر ساخته شد. برای برآورد هزینه‌های ساخت جاده دیگر از روستای B، مهندسان پیش‌بینی کرده‌اند که فاصله روستای B از جاده نیز همین مقدار است؛ یعنی $AH = BH'$.

قدم‌های حل مسئله

۱ صورت مسئله را به‌دقت بخوانید و مفاهیم تشکیل‌دهنده آن را بشناسید. در این مسئله با مفاهیمی همچون خط، پاره‌خط و فاصله نقطه تا خط سرو کار داریم. آیا با آنها آشنایی دارید؟ بله

۲ اگر مسئله فاقد شکل است، با توجه به صورت مسئله، یک شکل مناسب برای آن رسم کنید.

در اینجا شکل این مسئله را با توجه به طرح بالا رسم کنید.





۳ داده‌های مسئله (فرض) و خواسته‌های آن (حکم) را تشخیص دهید و در یک جدول بنویسید.

فرض	$MA = MB, \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ$
حکم	$AH = BH'$

در اینجا فرض‌های اصلی این است که M وسط AB است؛ یعنی $MA = MB$

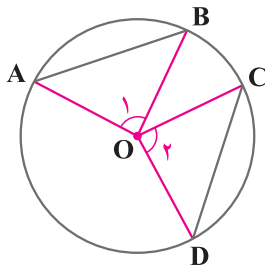
است و AH و BH' بر d عمودند و حکم این است: $AH = BH'$

۴ برای رسیدن از فرض به حکم، راه حلی پیدا کنید. روش‌های مختلفی برای این کار هست که آنها را به مرور می‌آموزید. یکی از راه‌های

اثبات برابری دو پاره‌خط، استفاده از مثلث‌های هم‌نهشت است. در این شکل، کدام دو مثلث، برای این منظور مناسب است؟ $\triangle AMH$ و $\triangle BMH'$ با توجه به فرض و حکم مسئله، اثبات را با نمادهای ریاضی کامل کنید:

$$\left. \begin{array}{l} (MA = MB \text{ طبق فرض}) \\ (\widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ) \\ (\widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \text{ متقابل به رأس}) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{(وتر و یک زاویه حاده)} \\ \triangle AMH \cong \triangle BMH' \Rightarrow AH = BH' \end{array}$$

صفحه ۵۰ کتاب درسی



۱ در شکل مقابل وترهای \widehat{AB} و \widehat{CD} باهم مساوی‌اند. نشان دهید کمان‌های AB و CD مساوی‌اند.

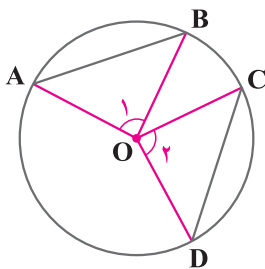
از نقطه O مرکز دایره، به نقاط A, B, C, D وصل می‌کنیم. نشان می‌دهیم دو مثلث OAB و OCD هم‌نهشت‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} AB = CD \text{ (طبق فرض)} \\ OA = OD \text{ (شعاع دایره)} \\ OB = OC \text{ (شعاع دایره)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle OAB \cong \triangle OCD \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$$

اما می‌دانیم که \widehat{O}_1 و \widehat{O}_2 زاویه‌های مرکزی و برابر با کمان روبه‌رویشان هستند، بنابراین: $\widehat{AB} = \widehat{CD}$.

نکته

کمان‌های نظیر وترهای مساوی از یک دایره، با هم برابرند.



۲ در شکل مقابل کمان‌های \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوی‌اند. نشان دهید وترهای AB و CD با هم برابرند.

از نقطه O مرکز دایره، به نقاط A, B, C, D وصل می‌کنیم. نشان می‌دهیم دو مثلث OAB و OCD هم‌نهشت‌اند.

دقت کنید که زاویه‌های مرکزی O_1 و O_2 به ترتیب، روبه‌روی کمان‌های AB و CD هستند و چون $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ، بنابراین $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$. در نتیجه:

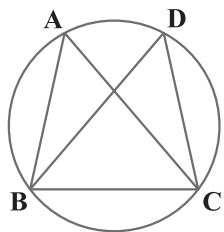
$$\left. \begin{array}{l} OA = OD \text{ (شعاع دایره)} \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ OB = OC \text{ (شعاع دایره)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle OAB \cong \triangle ODC \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AB = CD$$

نکته

وترهای نظیر کمان‌های مساوی از یک دایره، با هم برابرند.



صفحة ۵۱ کتاب درسی



$$AB = CD \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

در شکل مقابل می دانیم $AB = CD$ ،

۱ چرا $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ؟

می دانیم کمان های نظیر وترهای مساوی، با هم برابرند.

۲ جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید :

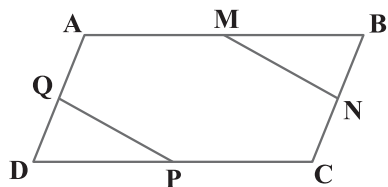
$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{AB} = \widehat{CD} \\ \widehat{BC} = \widehat{BC} \end{array} \right.$$

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} = \widehat{CD} + \widehat{BC} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{BCD}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{BCD} \Rightarrow AC = BD$$

۳ چرا $AC = BD$ ؟ می دانیم وترهای نظیر کمان های مساوی، با هم برابرند.

صفحة ۵۱ و ۵۲ کتاب درسی



۱ در شکل مقابل ABCD متوازی الاضلاع است و M و N و P و Q وسط های

اضلاع متوازی الاضلاع اند، ثابت کنید : $MN = PQ$

می دانیم در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبه رو با هم برابرند و همچنین اضلاع روبه رو

نیز باهم مساوی اند. بنابراین :

$$DQ = \frac{AD}{2}, BN = \frac{BC}{2} \xrightarrow{AD=BC} DQ = BN \quad (1)$$

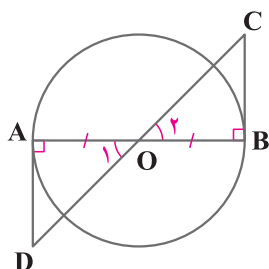
$$DP = \frac{CD}{2}, BM = \frac{AB}{2} \xrightarrow{AB=CD} DP = BM \quad (2)$$

حال نشان می دهیم دو مثلث DPQ و BMN هم نهشت اند.

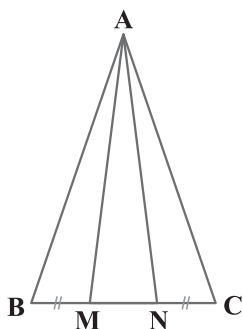
$$\left. \begin{array}{l} DQ = BN \text{ (رابطه ۱)} \\ \widehat{D} = \widehat{B} \text{ (طبق فرض)} \\ DP = BM \text{ (رابطه ۲)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \triangle DPQ \cong \triangle BMN \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} PQ = MN$$

۲ در شکل مقابل، O مرکز دایره است و BC و AD بر دایره مماس اند، نشان دهید که BC و AD برابرند.

می دانیم خط مماس بر دایره، در نقطه تماس، بر شعاع دایره عمود است. داریم :



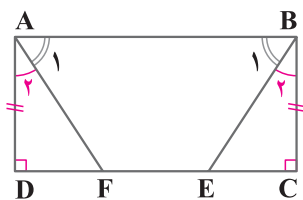
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ \\ OA = OB \text{ (شعاع دایره)} \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \triangle OAD \cong \triangle OBC \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} AD = BC$$



۳ در شکل مقابل، مثلث متساوی الساقین ABC و M و N روی قاعده BC طوری قرار دارند که $BM = NC$. نشان دهید مثلث AMN هم متساوی الساقین است.

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ (طبق فرض)} \\ \hat{B} = \hat{C} \text{ (طبق فرض)} \\ BM = NC \text{ (طبق فرض)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \Delta ABM \cong \Delta ACN \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AM = AN$$

بنابراین مثلث AMN متساوی الساقین است.



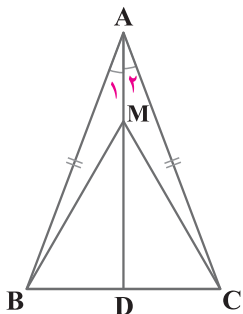
۴ در مستطیل ABCD، پاره‌خط‌های BE و AF طوری رسم شده که دو زاویه A_1 و B_1 برابرند. ثابت کنید BE و AF مساوی‌اند.

می‌دانیم در مستطیل، همه زاویه‌ها برابر 90° هستند. پس:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{B}_1} \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \quad (1)$$

حال نشان می‌دهیم دو مثلث ADF و BCE هم‌نهشت‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{B}_2 \text{ (رابطه ۱)} \\ AD = BC \text{ (طبق فرض)} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \Delta ADF \cong \Delta BCE \rightarrow AF = BE$$



۵ نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه روی نیمساز زاویه رأس از دو سر قاعده، برابر است: $(MB = MC)$.

مثلث متساوی الساقین دلخواه ABC را در نظر می‌گیریم و نیمساز زاویه رأس (AD) را رسم می‌کنیم. نقطه دلخواه M را روی AD در نظر می‌گیریم و از آن به B و C وصل می‌کنیم. نشان می‌دهیم $MB = MC$ است.

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \text{ (طبق فرض)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (طبق فرض)} \\ AM = AM \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض ض)}} \Delta ABM \cong \Delta ACM \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} MB = MC$$

صفحه ۵۲ کتاب درسی

پرسش متن

در تصویرهای زیر، دو گل شبیه هم را می‌بینید. آیا هر دو گل به‌طور کامل مثل هم‌اند؟ خیر

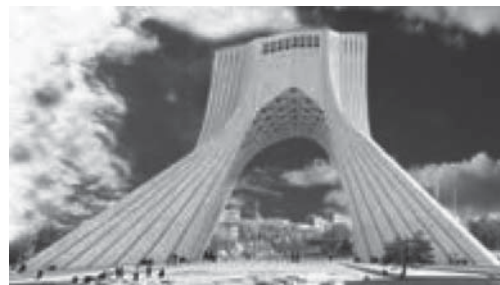




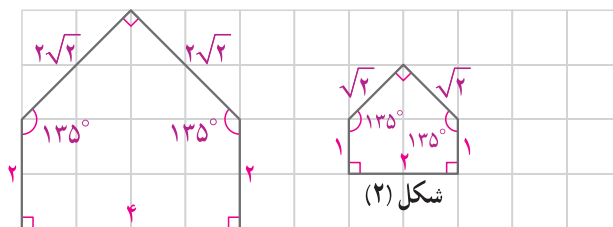
در تصویرهای زیر دو عکس از یک کودک را می‌بینید. تفاوت این دو تصویر در چیست؟ یکی از آنها با یک نسبت مشخص، کوچک‌شده دیگری است.



تصویرهای زیر، عکس‌هایی از میدان آزادی تهران است. کدام یک به برج آزادی شبیه‌تر است؟ تصویر سمت چپ



صفحه ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی



شکل (۱)

شکل (۲)

۱ مربع‌های صفحه شطرنجی زیر به ضلع یک سانتی‌متر است:

اندازه ضلع‌ها و زاویه‌های هر دو شکل را بنویسید:

چه رابطه‌ای بین ضلع‌های متناظر دو شکل وجود دارد؟ ضلع‌های

شکل (۱)، دو برابر ضلع‌های متناظرشان در شکل (۲) هستند.

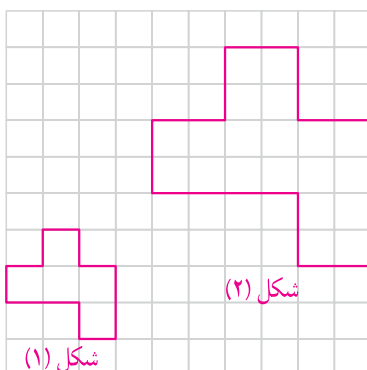
چه رابطه‌ای بین زاویه‌های متناظر دو شکل وجود دارد؟

زاویه‌های متناظر در هر دو شکل با هم برابرند.

اندازه ضلع‌های شکل (۱) چند برابر اندازه ضلع‌های شکل (۲) است؟ ۲ برابر

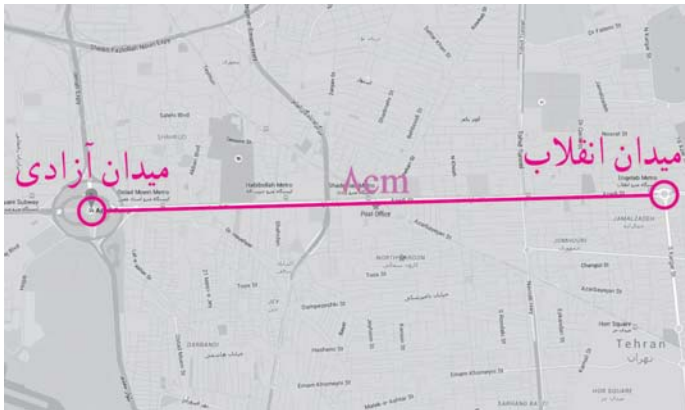
در صفحه شطرنجی مقابل یک چندضلعی رسم کنید و چندضلعی دیگری مانند آن بکشید:

به طوری که اندازه ضلع‌هایش ۲ برابر شکل اول باشد.



شکل (۲)

شکل (۱)



۲ در تصویر زیر، نقشه قسمتی از شهر تهران را می بینید. مقیاس نقشه ۱ به ۱۰۰,۰۰۰ است؛ یعنی هر یک سانتی متر روی نقشه با ۱۰۰,۰۰۰ سانتی متر مقدار واقعی برابر است. فاصله دو میدان انقلاب و آزادی را پیدا کنید. همان طور که دیده می شود، روی نقشه، فاصله دو میدان انقلاب و آزادی از یکدیگر، ۸ سانتی متر است و با توجه به مقیاس نقشه، مقدار واقعی این فاصله برابر با $۸ \times ۱۰۰۰۰۰ = ۸۰۰۰۰۰$ سانتی متر یعنی ۸ کیلومتر است.

۳ شکل زیر را با دستگاه کپی کوچک کرده ایم. عدد روی دستگاه ۵۰٪ را نشان می داد. تصویر خروجی را شمارسم کنید.

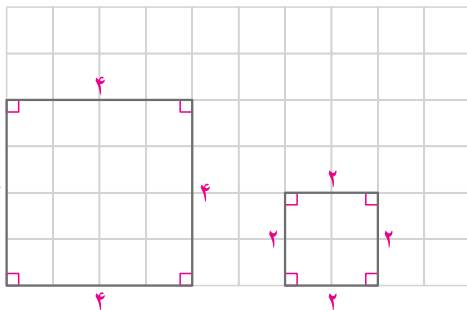


می دانیم $\frac{1}{4} = ۵۰\%$ ، بنابراین تصویر خروجی باید همان تصویر ورودی باشد با این تفاوت که اندازه تمام اضلاع آن نصف شده است.

نکته

اگر با ثابت نگاه داشتن اندازه زاویه های داخلی یک چندضلعی، همه اضلاع آن را با یک نسبت کوچک یا بزرگ کنیم، شکلی متشابه با شکل اول به دست می آید.

صفحه ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی



۱ آیا دو مربع زیر متشابه اند؟ بله اندازه ضلع ها و زاویه های هر کدام را بنویسید. چه رابطه ای بین ضلع ها و زاویه های دو شکل وجود دارد؟ ضلع های مربع بزرگ تر ۲ برابر ضلع های مربع کوچک تر است ولی زاویه های آنها با هم مساوی است.

آیا می توان گفت هر دو مربع دلخواه با هم متشابه اند؟ بله چرا؟

زیرا در هر مربع، همه زاویه ها برابر ۹۰° است و همه ضلع ها با هم برابر هستند. پس اگر دو مربع دلخواه داشته باشیم، زاویه های آنها با هم برابر و نسبت اندازه اضلاع آنها یک عدد ثابت و مشخص است و این یعنی با هم متشابه اند.